

Addition von natürlichen Zahlen

$124 + 91 = 215$	$\begin{array}{r} 124 \\ 91 \\ \hline 215 \end{array}$	$\begin{array}{r} CXXIV \\ XCI \\ \hline CCXV \end{array}$
Das kann man leicht in der Zeile rechnen.	Das ist übersichtlicher, weil stellenwertrichtig untereinander geschrieben wurde.	Mit römischen Ziffern ist das Rechnen viel komplizierter, weil es kein Stellenwertsystem gibt.

1. Berechne in der Zeile!

$417 + 831 =$ $372 + 488 =$ $654 + 738 =$

$522 + 219 =$ $383 + 296 =$ $943 + 418 =$

2. Berechne !

$\begin{array}{r} 839 \\ 459 \\ \hline 608 \end{array}$	$\begin{array}{r} 2374 \\ 809 \\ \hline 4283 \end{array}$	$\begin{array}{r} 726 \\ 843 \\ \hline 2723 \end{array}$	$\begin{array}{r} 980 \\ 745 \\ \hline 599 \end{array}$	$\begin{array}{r} 128 \\ 3786 \\ \hline 838 \end{array}$
---	---	--	---	--

3. Berechne die Summe der Zahlen! Schreibe sie dazu stellenwertrichtig untereinander!

a. 7632, 671, 8055, 13706

b. 1304, 7854, 655, 12940

c. 433, 8974, 9521, 23900

d. 8761, 3070, 819, 2349

Alle Zahlen, die addiert werden, nennt man **Summanden**, das Ergebnis die **Summe**.

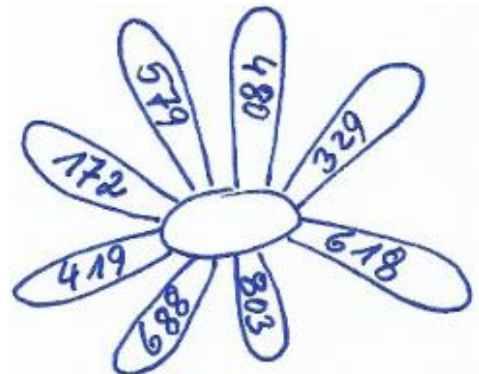
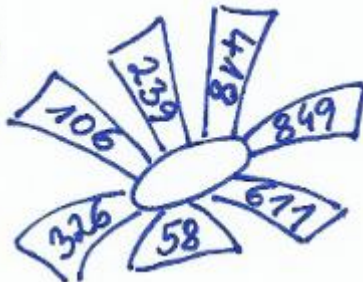
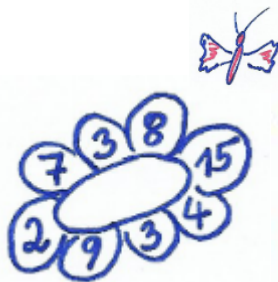
4. Der Zirkus Knie hat in seinem Zelt Platz für 2344 Gäste. Während 4 Tagen wurden die Besucherzahlen aufgezeichnet und in einer Tabelle zusammengestellt:

	Erwachsene	Kinder	gesamt
Donnerstag	543	907	
Freitag	784	822	
Samstag	1322	915	
Sonntag	817	1044	
gesamt			



Ergänze die Felder in der Tabelle!
in der letzten Zeile müssen Spalte und Zeile die selbe Summe ergeben.

5. Berechne in jeder Mathe-Blume die Summe aller Zahlen und schreib diese in die Mitte!
 Tipp: Bei vielen Zahlen kannst du zuerst einen Teil addieren, dann den Rest und schließlich die Summe bilden.
 Die Ergebnisse findest du unter den folgenden Zahlen:
 4088, 63, 7293, 51, 3459, 2607, 5403



Du erkennst, es ist egal, in welcher Reihenfolge die Zahlen addiert werden.
 Beim Addieren darf man die Summanden vertauschen.

Kommutativgesetz = Vertauschungsgesetz

$$a + b = b + a$$

6. Rechnungen in Klammern müssen immer zuerst ausgeführt werden.
 Berechne schrittweise und vergleiche die Ergebnisse!

$$(3 + 7) + 6 = \underline{\quad} + 6 =$$

$$3 + (7 + 6) = 3 + \underline{\quad} =$$

$$(5 + 2) + (3 + 6) =$$

$$(5 + 2 + 3) + 6 =$$

$$6 + (2 + 7) =$$

$$(6 + 2) + 7 =$$

Wenn in einer Rechnung nur Additionen vorkommen, darf man beliebig Klammern setzen, verschieben oder weglassen.

Assoziativgesetz = Verbindungsgesetz

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

7. Ergänze die fehlenden Zahlen

a. $48 + \square = 60$

$$\square + 34 = 80$$

$$\square + \square = \square$$

b. $11 + \square + 19 = 42$

$$\square + 31 + \square = 60$$

$$25 + \square + \square = \square$$

8. Ergänze die fehlenden Summanden!

$$3824 + \underline{\quad} = 5000$$

$$3702 + \underline{\quad} = 4000$$

$$\underline{\quad} + 4386 = 8000$$

$$5621 + \underline{\quad} = 9000$$

$$6411 + \underline{\quad} = 8500$$

$$\underline{\quad} + 3904 = 6600$$

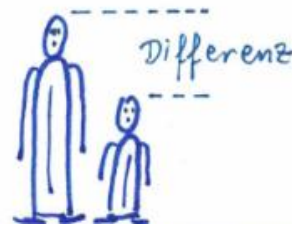
9. Berechne zunächst die Teilsummen und dann das Ergebnis!
 Vergleiche, ob die beiden Rechnungen übereinstimmen!

a. $(1389 + 3562 + 7082) + (6877 + 2903) =$
 $1389 + (3562 + 7082 + 6877) + 2903 =$

b. $(828 + 2308 + 977) + (2653 + 557 + 4503) =$
 $(828 + 2308) + (977 + 2653) + (557 + 4503) =$

Subtraktion von natürlichen Zahlen

Bei einer Subtraktion berechnet man den Unterschied zwischen zwei Zahlen, die **Differenz**.



10. Berechne in der Zeile!

$$516 - 178 = \quad 873 - 219 = \quad 3207 - 1421 =$$

$$612 - 583 = \quad 417 - 293 = \quad 8723 - 5431 =$$

11. Berechne die Differenz der beiden gegebenen Zahlen!

	a.	b.	c.	d.
	128 und 73	4231 und 5000	145 und 332	317 und 555
Differenz				

12. Berechne !

$$\begin{array}{r} 1459 \\ - 608 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 3817 \\ - 1582 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 8742 \\ - 3555 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 2305 \\ - 1827 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 4382 \\ - 1837 \\ \hline \end{array}$$

$$10 - 3 = 7$$

Minuend minus **Subtrahend** = **Differenz**

Wird die Subtraktion innerhalb der positiven Zahlen ausgeführt, ist der Minuend (die erste Zahl) immer die größte Zahl. Der Minuend ist die Summe der beiden anderen Zahlen.

13. Ergänze die fehlenden Minuenden!

a. $\underline{\quad} - 270 = 128$ $\underline{\quad} - 122 = 731$ $\underline{\quad} - 743 = 241$

b. $\underline{\quad} - 192 = 327$ $\underline{\quad} - 562 = 309$ $\underline{\quad} - 498 = 217$

14. Um wie viele km² ist Niederösterreich größer als Salzburg?

Um wie viele km² ist Vorarlberg kleiner als das Burgenland?

Um wie viele Einwohner hat Salzburg weniger als die Steiermark?

Wie viele Menschen leben in Wien mehr als in Niederösterreich?

Bundesland	Fläche in km ²	Wohnbevölkerung 1.1.2020
Burgenland	3.965,20	294.436
Kärnten	9.536,47	561.293
Niederösterreich	19.179,76	1 684.287
Oberösterreich	11.982,64	1 490.279
Salzburg	7.154,52	558.410
Steiermark	16.399,40	1 246.395
Tirol	12.648,38	757.634
Vorarlberg	2.601,66	397.139
Wien	414,83	1 911.191
Österreich	83.882,86	8 901.064

Quelle: Statistik Austria

Verbindung von Additionen und Subtraktionen

Ben geht einkaufen. Er hat 100 € einstecken und kauft ein T-Shirt um 12 €, Jeans um 32 € und einen 5-er Pack Socken um 8 €. Wie viel Geld bleibt ihm übrig?

<p>Man kann die einzelnen Beträge der Reihe nach von den 100 € abziehen.</p> $100 - 12 - 32 - 8 =$ $\begin{array}{r} 100 \\ - 12 \\ \hline 88 \end{array} \quad \begin{array}{r} 88 \\ - 32 \\ \hline 56 \end{array} \quad \begin{array}{r} 56 \\ - 8 \\ \hline 48 \end{array}$	<p>Die Ausgaben werden addiert, und dann wird alles zusammen von den 100 € subtrahiert. Beachte die notwendige Klammer!</p> $100 - (12 + 32 + 8) =$ $\begin{array}{r} 100 \\ - 52 \\ \hline 48 \end{array}$ <p>Ben bleiben 48 € übrig.</p>
---	--

Statt mehrere Zahlen einzeln zu subtrahieren, kann man alle Subtrahenden zusammenfassen.

$$a - b - c - d = a - (b + c + d)$$

15. Schreibe zunächst mit Hilfe von Klammern und berechne anschließend!

- a. $800 - 115 - 207 - 322 =$
 b. $1493 - 327 - 288 - 179 =$
 c. $5300 - 1682 - 943 - 655 =$

16. Der Jakobsweg führt zur Wallfahrtsstadt Santiago de Compostela in Spanien. In guten Jahren machen sich über 300 000 Pilger auf den Weg und absolvieren zumindest einen Teil des Weges zu Fuß. Eine beliebte Route ist 111 km lang und wird in 5 Tagen von der Stadt Sarria aus absolviert.

An den ersten vier Tagen werden folgende Strecken gegangen: 22 km, 25 km, 29 km, 18 km. Welche Strecke muss am 5. Tag noch zurückgelegt werden?

Ansatz (ohne Einheiten):

Antwort:

WIE ?	Wie rechnet man, wenn mehrere Additionen und Subtraktionen vorkommen?
Markiere in der Angabe die Subtraktionen!	$398 + 137 - 209 + 840 - 437 - 192 =$
Fasse Additionen und Subtraktionen in jeweils einer Klammer zusammen! Schreib als eine „große“ Subtraktion an!	$(398 + 137 + 840) - (209 + 437 + 192) =$
Berechne!	$1375 - 838 = 537$

17. Berechne wie im Kasten beschrieben!

- a. $517 - 210 + 831 - 422 - 83 =$ b. $2300 - 917 - 434 + 1938 - 1742 =$
 c. $873 + 619 - 482 - 511 + 93 - 214 =$ d. $1674 - 851 - 283 + 439 - 562 =$

18. Forme so um, dass nur noch eine Subtraktion vorkommt! Verwende Klammern!

- a. $50 - x - y =$ b. $a - x - y - z =$
 c. $a - b + c - d =$ d. $u - p - q + s =$

Multiplikation natürlicher Zahlen



Eigentlich muss man beim Multiplizieren nur ganz oft die gleiche Zahl dazuzählen.

$$3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3$$

$3 \cdot 7 = 21$
Faktor mal Faktor = Produkt

19. Multiplikationen mit einstelligen Zahlen kann man ohne Nebenrechnungen in der Zeile rechnen.

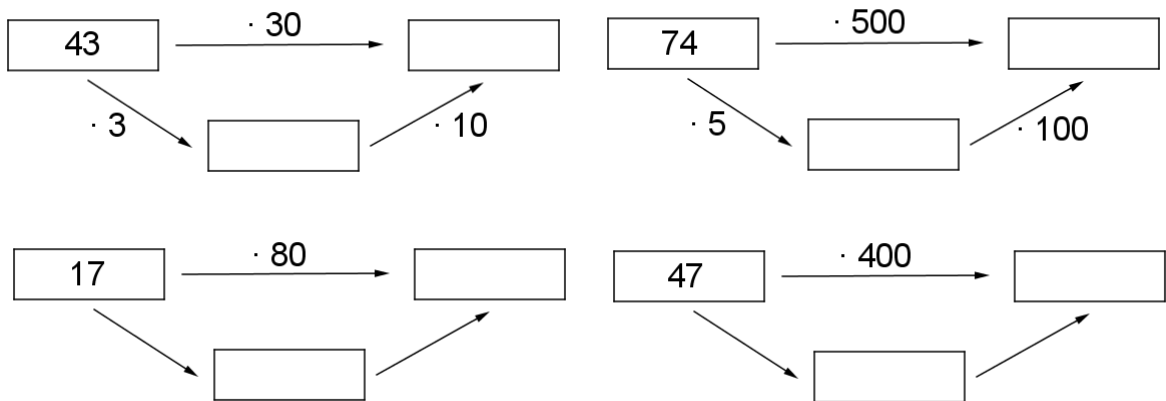
$413 \cdot 5 =$	$709 \cdot 7 =$
$1472 \cdot 8 =$	$2718 \cdot 3 =$
$3437 \cdot 2 =$	$7145 \cdot 4 =$

Mit dekadischen Einheiten (10, 100, 1000, ...) multipliziert man, indem man die entsprechende Anzahl von Nullen anhängt.

20. $18 \cdot 10 =$	$31 \cdot 1000 =$
$18 \cdot 100 =$	$45 \cdot 100 =$
$18 \cdot 1000 =$	$7 \cdot 1\,000\,000 =$

WIE ?	Wie multipliziert man $3572 \cdot 6000$?
Multipliziere mit der Ziffer an vorderster Stelle!	$21432 \cdot 1000 =$
Hänge die entsprechende Zahl von Nullen an!	21432000

21. Ergänze die Rechenbefehle!



22. Berechne in der Zeile!

a. $317 \cdot 50 =$	b. $409 \cdot 70 =$
c. $872 \cdot 300 =$	d. $283 \cdot 600 =$
e. $47 \cdot 20000 =$	f. $53 \cdot 600000 =$

23. Bei den folgenden Aufgaben multipliziert man die vordersten Stellen und hängt dann alle Nullen an.

a. $400 \cdot 30 =$	b. $8000 \cdot 40 =$
c. $300 \cdot 300 =$	d. $600 \cdot 2000 =$
e. $500 \cdot 400 =$	f. $700 \cdot 3000 =$

Multiplikation mehrstelliger Zahlen

WIE ?	Wie multipliziert man mehrstellige Zahlen?	
$429 \cdot 375 =$ $429 \cdot 300 +$ $429 \cdot 70 +$ $429 \cdot 5$	$\begin{array}{r} 429 \cdot 375 \\ \hline 128700 \\ 30030 \\ 2145 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 429 \cdot 375 \\ \hline 128700 \\ 30030 \\ 2145 \\ \hline 160875 \end{array}$
Multiplikationen mit mehrstelligen Zahlen unterteilt man.	Man rechnet jeden Teil getrennt.	Dann addiert man die Teilergebnisse.

Das Anschreiben der Nullen kann entfallen, man muss aber immer um eine Stelle nach rechts rücken.

24. Berechne die Multiplikationen!

a. $83 \cdot 27$

b. $47 \cdot 38$

c. $215 \cdot 76$

25. Berechne die Multiplikationen!

a. $419 \cdot 315$

b. $1516 \cdot 243$

c. $672 \cdot 344$

WIE ?	Wie nutzt man Rechenvorteile?	
$\begin{array}{r} 273 \cdot 13 \\ \hline 819 \\ 3549 \end{array}$	$\begin{array}{r} 429 \cdot 203 \\ \hline 858. \\ 1287 \\ \hline 87087 \end{array}$	
Einservorteil: Die Einserzeile wird nicht extra angeschrieben.	Nullen im zweiten Faktor: Nullzeilen muss man nicht extra anschreiben. Man markiert sie durch einen Punkt.	

26. Berechne die Multiplikationen mit Einservorteil!

a. $72 \cdot \underline{14}$

b. $52 \cdot \underline{18}$

c. $319 \cdot \underline{166}$

27. Berechne die Multiplikationen ohne Anschreiben von Nullzeilen!

- a. 1 5 2 · 3 0 7 b. 5 9 2 · 6 0 4 0 c. 4 1 9 · 3 0 0 7

WIE ?	Wie führt man Überschlagsrechnungen durch?	
	$4255 \cdot 272 =$ Ü: $4000 \cdot 300 =$	$4000 \cdot 300 = 1200000$ $4255 \cdot 272 \approx 1200000$ $4255 \cdot 272 = 1157360$
Runde beide Faktoren!	Multipliziere die gerundeten Zahlen! Achte auf die richtige Anzahl von Nullen!	Vergleiche die Größenordnung mit dem genauen Ergebnis!

28. Führe Überschlagsrechnungen für die folgenden Multiplikationen durch!

- a. 431 · 871
 b. 6842 · 34
 c. 729 · 431
 d. 1389 · 2894
 e. 364 · 98

29. Führe Überschlagsrechnungen durch und kreuze die richtigen Ergebnisse an!

- a.

7631 · 628	Ü:
------------	----

 3 265 468 489 738 4 792 268
- b.

583 · 217	Ü:
-----------	----

 126 511 12 851 183 451
- c.

444 · 3641	Ü:
------------	----

 2 463 764 1 616 604 164 354
- d.

8163 · 83	Ü:
-----------	----

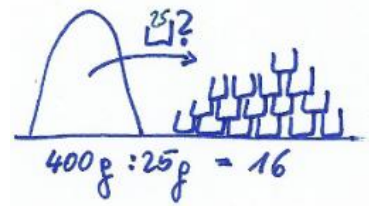
 538 439 65 309 677 529

Division natürlicher Zahlen

Mit einer Division kann man eine Menge in gleich große Teile **teilen**.



Man kann mit einer Division auch **abmessen**, wie oft etwas in einer bestimmten Menge enthalten ist.



$$60 : 5 = 12$$

Dividend durch **Divisor** = **Quotient**

WIE ?	Wie dividiert man durch eine mehrstellige Zahl?		
$\begin{array}{r} 20999 : 83 = 253 \\ -166 \\ \hline 439 \\ -415 \\ \hline 249 \\ -249 \\ \hline 0R \end{array}$	$\begin{array}{r} 20999 : 83 = 253 \\ 439 \\ 249 \\ 0R \end{array}$	$\begin{array}{r} 3421 : 27 = 126 \\ 72 \\ 181 \\ 19R \end{array}$	
<p>ausführlich: Man ermittelt bei jedem Schritt den Rest mit einer Subtraktion.</p>	<p>kürzer: Die Reste werden im Kopf ermittelt.</p>	<p>Wenn man bei der Einerstelle angekommen ist, sieht man, ob ein Rest übrigbleibt.</p>	

30. Divisionen durch einstellige Zahlen sollten im Kopf ohne Nebenrechnungen funktionieren.

a. $3260 : 5 =$

b. $4794 : 3 =$

c. $7332 : 4 =$

d. $8271 : 9 =$

e. $8214 : 6 =$

f. $1344 : 7 =$

31. Berechne die folgenden Divisionen! Es bleibt kein Rest.

a. $10757 : 31 =$

b. $3149 : 47 =$

c. $4316 : 52 =$

d. $4539 : 89 =$

CAS – Rechnen mit dem Computer

**CAS = Computer
Algebra
System**



Die **Algebra** ist jenes Teilgebiet der Mathematik, das sich mit dem „Rechnen“ befasst. Es wird aber nicht nur mit konkreten Zahlen (**numerisch**) gerechnet, sondern auch mit Unbekannten, für die man Buchstaben (**Variable**) einsetzt. Das nennt man dann **symbolisches** Rechnen.

Ein herkömmlicher Taschenrechner kann nur numerische Berechnungen durchführen, ein CAS kann auch symbolisch rechnen, Gleichungen lösen und vieles mehr.

numerische Berechnung	symbolische Rechnung
$3,7 + 4,2 \cdot 1,8$ <input type="checkbox"/> 1 $3.7+4.2*1.8$ <input type="radio"/> \approx 11.26	$8 \cdot a - 2 \cdot b - a + 7 \cdot b$ <input type="checkbox"/> 1 $8a-2b-a+7b$ <input type="radio"/> \rightarrow 7 a + 5 b

Im GeoGebra-CAS besteht jedes Feld aus zwei Zeilen: oben die Eingabe, unten die Auswertung.

Zunächst sind drei Befehle (Buttons) von Bedeutung:



übernimmt die Eingabe (Kontrolle)



berechnet algebraisch (Bruchschreibweise)



berechnet numerisch (Dezimalschreibweise, gerundet)

CAS	
1	5/10
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/> $\frac{5}{10}$
2	5 / 10
<input type="radio"/>	\rightarrow $\frac{1}{2}$
3	5 / 10
<input type="radio"/>	\approx 0.5

Die Division 5 : 10 muss man als Bruch eingeben.

Wenn du mit dem CAS kontrollierst, kannst du selbständig üben. Wenn deine Rechnung nicht mit dem CAS-Ergebnis übereinstimmt, musst du den Fehler suchen. Wenn das immer noch nicht funktioniert, helfen dir Lehrerin oder Lehrer.



**Der Computer hat immer recht!
... wenn die Eingabe stimmt**

Wichtig ist, dass die Rechnungen richtig eingegeben werden. Dabei muss man die „Sprache“ (**Syntax**) des Computers beachten.

Multiplikationen werden mit einem * eingegeben oder man lässt einfach einen Freiraum.

37. Berechne händisch und überprüfe mit GeoGebra!

a. $437 \cdot 205$

b. $3832 \cdot 7003$

c. $763 \cdot 849$

d. $78 \cdot 34 + 57 \cdot 83$

e. $8378 - 54 \cdot 93$

f. $83 \cdot 64 - 52 \cdot 19$

Divisionen werden immer als Bruch dargestellt. Man verwendet niemals den Doppelpunkt, sondern den Schrägstrich / oder das Divisionszeichen aus dem Ziffernblock ÷.

$$12 : 4 = 12 / 4 = \frac{12}{4}$$

38. Schreibe als Division und berechne!

$$\frac{80}{4} =$$

$$\frac{35}{7} =$$

$$\frac{60}{3} =$$

$$\frac{55}{11} =$$

$$\frac{56}{8} =$$

$$\frac{16}{4} =$$

Verteilungsgesetz – ausmultiplizieren und herausheben

Am Flohmarkt werden Bücher um je 2 € verkauft. Frieda hat in einer Kiste 32 Bücher zum Verkauf, in einer anderen Kiste 25 Bücher. Wie groß ist der Verkaufswert aller Bücher?

Variante 1: $32 \cdot 2 + 25 \cdot 2 = 64 + 50 = 114$

Variante 2: $(32 + 25) \cdot 2 = 57 \cdot 2 = 114$

Der Verkaufswert aller Bücher beträgt 114 €.



44. Berechne mit einem Zwischenschritt! Vergleiche die Ergebnisse!

a. $(7 + 2) \cdot 5 = 9 \cdot 5 =$

$7 \cdot 5 + 2 \cdot 5 = 35 + 10 =$

b. $4 \cdot (3 + 8) =$

$4 \cdot 3 + 4 \cdot 8 =$

c. $(10 - 3) \cdot 4 =$

$10 \cdot 4 - 3 \cdot 4 =$

d. $6 \cdot (8 - 2) =$

$6 \cdot 8 - 6 \cdot 2 =$

e. $(40 - 15) : 5 =$

$40 : 5 - 15 : 5 =$

f. $(8 + 5 - 3) \cdot 3 =$

$8 \cdot 3 + 5 \cdot 3 - 3 \cdot 3 =$

Distributivgesetz

Verteilungsgesetz

$$(a \pm b) \cdot c = a \cdot c \pm b \cdot c$$

45. Forme mit Hilfe des Distributivgesetzes in die andere Form um (= **ausmultiplizieren**)! Berechne beides!

a. $(5 + 7) \cdot 3 =$

b. $5 \cdot (8 - 3) =$

c. $(40 - 25) : 5 =$

d. $(9 - 5 + 6) \cdot 3 =$

Findet man in allen Produkten den gleichen Faktor, kann man diesen **herausheben**.

$3 \cdot 5 + 8 \cdot 5 - 5 \cdot 5 = 5 \cdot (3 + 8 - 5)$

$x \cdot y + y \cdot z = y \cdot (x + z)$

46. Hebe heraus! Berechne, wenn möglich!

$7 \cdot 8 - 2 \cdot 7 =$

$2 \cdot 9 - 5 \cdot 2 + 2 \cdot 2 =$

$5 \cdot 10 + 7 \cdot 10 =$

$6 \cdot x + 2 \cdot x + 3 \cdot x =$

$a \cdot b + c \cdot a =$

$x \cdot x - x \cdot y + 5 \cdot x =$

47. Für den Umfang eines Rechtecks gibt es zwei Formeln. Die Gleichwertigkeit dieser Formeln zeigt das Distributivgesetz!

Ein Rechteck hat Länge l und Höhe h. Gib 2 Formeln für den Umfang an!

U =

U =