

Gleichungen

1. Gib die Lösungen der folgenden Gleichungen an! Wie wurde gerechnet?

Gleichung	$8 + x = 20$	$25 - x = 7$	$x - 11 = 20$
Lösung	$x =$		
Rechnung	$x =$		

2. Gib den Rechengang an und ermittle die Lösung!

- a. $439 + x = 1317$ b. $826 - x = 203$ c. $x - 1827 = 2304$
 d. $62,4 + x = 94,3$ e. $97,5 - x = 23,65$ f. $x - 714,3 = 23,5$

3. Gib die Lösungen der folgenden Gleichungen an! Wie wurde gerechnet?

Gleichung	$x \cdot 5 = 20$	$x : 3 = 7$	$80 : x = 20$
Lösung	$x =$		
Rechnung	$x =$		

4. Gib den Rechengang an und ermittle die Lösung! (Alle Divisionen sind endlich.)

- a. $38 \cdot x = 2736$ b. $x : 43 = 17$ c. $899 : x = 29$
 d. $1,4 \cdot x = 6,3$ e. $x : 5,2 = 6,1$ f. $12,15 : x = 8,1$

5. Gib in den folgenden Rechnungen eine Formel für die Variable x an!

a.	b.		
$10 - x = 3$	$a - x = b$	$6 \cdot x = 30$	$a \cdot x = b$
$x = 10 - 3 = 7$		$x = 30 : 6 = 5$	

6. Divisionen kann man auch als Brüche schreiben.
 Gib die Lösungen der folgenden Gleichungen an! Wie wurde gerechnet?

Gleichung	$\frac{x}{5} = 8$	$\frac{20}{x} = 5$	$\frac{x}{3} = 7$
Lösung	$x =$		
Rechnung	$x =$		

7. Gib den Rechengang an und ermittle die Lösung!

- a. $\frac{x}{8} = 3$ b. $\frac{x}{6} = 9$ c. $\frac{x}{15} = 3$
 d. $\frac{14}{x} = 2$ e. $\frac{50}{x} = 10$ f. $\frac{56}{x} = 4$

Gleichungen - Äquivalenzumformungen

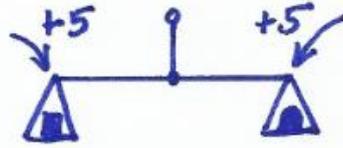
Zwei Gleichungen sind **äquivalent**, wenn sie die gleiche Lösung haben.

Bei schwierigeren Gleichungen verwendet man **Äquivalenzumformungen**, um die Gleichungen einfacher zu machen und zu lösen.

Das Waagemodell:

Die Waage bleibt im Gleichgewicht, wenn man auf beiden Seiten gleich viel hinzugibt oder wegnimmt.

Die Waage bleibt auch im Gleichgewicht, wenn man jede Seite verdoppelt (verdreifacht, ...) oder halbiert (drittelt, ...).



Bei Gleichungen schreibt man die auf beiden Seiten durchgeführte Rechenoperation hinter einen senkrechten Strich rechts neben der Gleichung.

8. Schreib zu den Rechnungen die verwendeten Äquivalenzumformungen dazu!

$x + 5 = 18$ $x = 13$	$x - 14 = 3$ $x = 17$	$x \cdot 5 = 45$ $x = 9$
$4 \cdot x = 20$ $x = 5$	$6 + x = 31$ $x = 25$	$x : 3 = 12$ $x = 36$
$7 \cdot a = 49$ $a = 7$	$a : 5 = 8$ $a = 40$	$13 + a = 25$ $a = 12$
$a - 21 = 18$ $a = 39$	$a \cdot 8 = 24$ $a = 3$	$a : 8 = 7$ $a = 56$

9. Die folgenden Gleichungen kann man mit jeweils genau einer Umformung lösen. Löse die Gleichungen und schreib die Umformung dazu!

$x + 12 = 20$	$x - 19 = 1$	$x \cdot 9 = 27$
$3 \cdot x = 27$	$14 + x = 38$	$x : 4 = 12$
$6 \cdot a = 42$	$a : 9 = 9$	$32 + a = 49$
$a - 17 = 20$	$a \cdot 6 = 36$	$a : 6 = 18$

10. Löse im Heft mit Nebenrechnungen! Schreib die Äquivalenzumformungen an! Überprüfe mit GeoGebra-CAS!

- | | | |
|--------------------------|----------------------|------------------------|
| a. $y - 417 = 272$ | b. $u : 72 = 25$ | c. $k \cdot 43 = 2623$ |
| d. $3,7 \cdot c = 15,54$ | e. $a + 48,9 = 62,3$ | f. $z : 2,4 = 3,2$ |
| g. $b : 0,3 = 1,5$ | h. $e \cdot 8 = 2$ | i. $x - 41,6 = 42,6$ |

Gleichungen mit Brüchen – zwei Umformungen

Steht die Variable in einem Bruch, versucht man zuerst so zu multiplizieren, dass der Bruch wegfällt.

$$\begin{aligned} \frac{3 \cdot x}{5} = 9 & \quad | \cdot 5 \\ 3 \cdot x = 45 & \quad | : 3 \\ x = 15 & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{35}{x} = 7 & \quad | \cdot x \\ 35 = 7 \cdot x & \quad | : 7 \\ 5 = x & \end{aligned}$$

11. Löse die Gleichungen! Schreib die Äquivalenzumformungen an!

a. $\frac{7 \cdot a}{3} = 14$

d. $\frac{5}{u} = 2$

b. $\frac{6}{z} = 2$

e. $\frac{12 \cdot c}{5} = 2$

c. $\frac{2 \cdot y}{5} = 3$

f. $\frac{3}{x} = 10$

12. Kürze zuerst und löse dann die Gleichungen! Schreib die Äquivalenzumformungen an!

a. $\frac{3 \cdot a}{15} = 7$

b. $\frac{10 \cdot b}{5} = 3$

c. $\frac{3 \cdot c}{21} = 5$

13. In rechtwinkligen Dreiecken mit den Katheten a und b gilt die Flächenformel $A = \frac{a \cdot b}{2}$. Kennt man den Flächeninhalt und eine Kathetenlänge, so kann man die andere Kathete mit Hilfe der Formel berechnen.

Beginne, indem du die gegebenen Größen in die Formel einsetzt!

a = 8 cm
A = 18 cm²

$$18 = \frac{8 \cdot b}{2}$$

$$18 = 4 \cdot b \quad | : 4$$

$$b = 4,5$$

b = 4,5 cm

a. b = 12 m
A = 42 m²

a =

b. a = 6,4 cm
A = 16,96 cm²

b =

Gleichungen mit zwei Rechenoperationen

Bei manchen Gleichungen findet man sehr leicht die Lösung:

Bei schwierigeren Gleichungen braucht man Äquivalenzumformungen.

$$3 \cdot \text{☺} + 1 = 16$$

$$\text{☺} = 5$$

WIE ? Wie löst man Gleichungen, in denen Punkt- und Strichrechnungen vorkommen?		
$7 + 3 \cdot a = 22$	$7 + 3 \cdot a = 22 \quad -7$	$3 \cdot a = 15 \quad :3$ $a = 5$
$\frac{x}{3} - 5 = 6$	$\frac{x}{3} - 5 = 6 \quad +5$	$\frac{x}{3} = 11 \quad \cdot 3$ $x = 33$
Die Punktrechnung hängt enger zusammen (Vorrang).	Löse die Strichrechnung auf!	Mit einer zweiten Äquivalenzumformung wird die Gleichung gelöst.

14. Löse die Gleichungen durch schrittweise Äquivalenzumformungen!
Beachte: Zuerst wird die Strichrechnung aufgelöst.

a. $5 \cdot x - 1 = 36$	b. $4 + 3 \cdot x = 10$	c. $2x + 15 = 27$
d. $\frac{x}{3} + 2 = 7$	e. $x : 3 - 7 = 2$	f. $1 + \frac{x}{2} = 5$

WIE ? Wie führt man bei einer Gleichung eine Probe durch?		
$7x - 3 = 25 \quad +3$ $7x = 28 \quad :7$ $x = 4$	$7 \cdot 4 - 3 = 25$	$7 \cdot 4 - 3 =$ $28 - 3 = 25$ ✓ $x = 4$ ist die Lösung.
Zunächst wird die Gleichung gelöst.	Zur Kontrolle wird die gefundene Zahl in die Gleichung eingesetzt.	Wenn beim Ausrechnen linke und rechte Seite übereinstimmen, ist die Zahl eine richtige Lösung.

15. Löse im Heft und führe die Probe durch! Überprüfe mit GeoGebra-CAS!

a. $4 + 8a = 60$	b. $2x - 7 = 10$	c. $z : 5 - 3 = 2$
d. $5c - 23,8 = 36,2$	e. $p : 4 + 3,1 = 4,6$	f. $6,3 + v \cdot 1,5 = 13,8$

16. Bei den folgenden Gleichungen muss man mit einer Punktrechnung als Umformung beginnen.
Löse im Heft und führe die Probe durch! Überprüfe mit GeoGebra-CAS!

a. $(a + 3) \cdot 7 = 56$	b. $(b - 5) : 3 = 8$	c. $5 \cdot (7 + c) = 45$
d. $(9 + d) : 5 = 3$	e. $6 \cdot (e - 5) = 48$	f. $(3 + f) \cdot 2 = 7$