

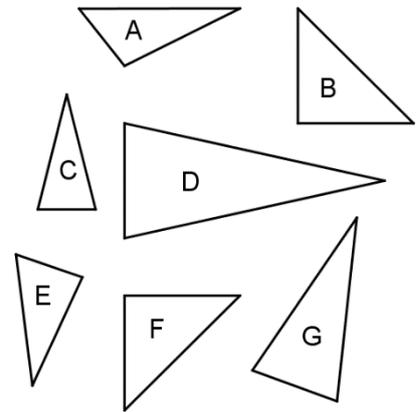
Ähnliche Figuren

Figuren sind **kongruent**, wenn sie gleiche Form und Größe haben. (Sie können aber verdreht sein.)

Man könnte sie genau übereinander legen.

Figuren sind **ähnlich**, wenn sie gleiche Form haben, aber unterschiedliche Größe. Sie können aber verdreht sein.

- Einander entsprechende Winkel sind gleich groß.
- Einander entsprechende Seiten stehen im gleichen Verhältnis zueinander.



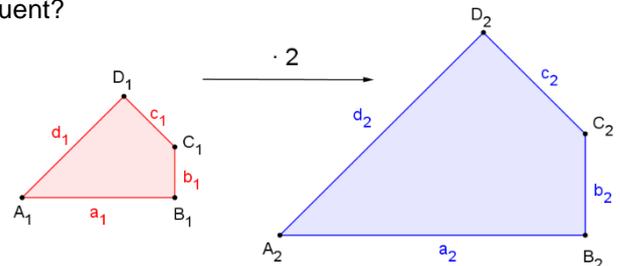
1. Welche der abgebildeten Dreiecke sind kongruent?

Welche Dreiecke sind ähnlich, aber nicht kongruent?

2. Die beiden Vierecke sind zueinander ähnlich. Viereck 2 ist doppelt so groß wie Viereck 1.

Proportionalitätsfaktor $k = 2$.

Kreuze alle richtigen Aussagen an!



	richtig	falsch
Im zweiten Viereck sind die Seiten doppelt so groß.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Im zweiten Viereck sind die Winkel doppelt so groß.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Im zweiten Viereck sind die Winkel gleich groß.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$a_1 = 2 \cdot a_2$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$c_2 : c_1 = 2$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Für $k = 1$ wären die Figuren kongruent.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Die Seitenlängen der gegebenen Figur werden mit dem Proportionalitätsfaktor k multipliziert, um die Seitenlängen der neuen Figur zu erhalten.

- $k > 1$ Figur wird vergrößert
- $0 < k < 1$ Figur wird verkleinert

WIE ?	Wie ermittelt man den Proportionalitätsfaktor?	
Figur 1: $s_1 = 8 \text{ cm}$ Figur 2: $s_2 = 10 \text{ cm}$	$s_1 \cdot k = s_2$ $k = s_2 : s_1$ $k = 10 : 8 = 1,25$	$\xrightarrow{\cdot 1,25}$ $a_1 = 7 \text{ cm}$ $a_2 = 8,75 \text{ cm}$ $b_1 = 9,4 \text{ cm}$ $b_2 = 11,75 \text{ cm}$
Gegeben sind zwei ähnliche Figuren und zwei einander entsprechende Seiten.	Stelle die Gleichung auf und berechne k !	Nun kann man aus der ersten Figur Seitenlängen der zweiten Figur berechnen.

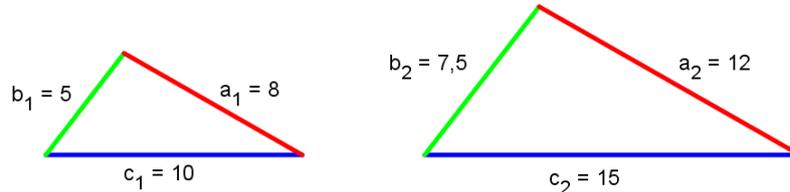
3. Ermittle den Proportionalitätsfaktor k ausgehend von a_1 !

a.	b.	c.	d.	e.
$a_1 = 4 \text{ cm}$ $a_2 = 12 \text{ cm}$	$a_1 = 12 \text{ m}$ $a_2 = 6 \text{ m}$	$a_1 = 2 \text{ cm}$ $a_2 = 2 \text{ m}$	$a_1 = 12 \text{ cm}$ $a_2 = 3 \text{ cm}$	$a_1 = 6 \text{ mm}$ $a_2 = 9 \text{ mm}$
$k =$	$k =$	$k =$	$k =$	$k =$

4. Zwei Figuren sind zueinander ähnlich mit Proportionalitätsfaktor $k = 0,75 = \frac{3}{4}$
Ergänze die fehlenden Seitenlängen (Maße in cm)!

Figur 1	$a_1 = 2$	$b_1 = 8$	$c_1 =$	$d_1 =$	$e_1 = 10$
Figur 2	$a_2 = 1,5$	$b_2 =$	$c_2 = 15$	$d_2 = 12$	$e_2 =$

Fehlende Seitenlängen können bei ähnlichen Figuren mit Hilfe von Verhältnisgleichungen ermittelt werden.



Die beiden Dreiecke sind zueinander ähnlich. Einander entsprechende Seiten stehen im selben Verhältnis.

$$a_1 : a_2 = b_1 : b_2 = c_1 : c_2$$

$$a_1 : b_1 : c_1 = a_2 : b_2 : c_2$$

5. Gegeben sind zwei zueinander ähnliche Figuren.
Stelle eine Verhältnisgleichung zur Ermittlung der unbekanntenen Länge auf und ermittle diese!

a. Dreiecke: $a_1 = 16$ cm, $b_1 = 56$ cm, $b_2 = 77$ cm ges.: a_2

Gleichung: $a_2 =$

b. Rechtecke: $a_1 = 25$ cm, $b_1 = 15$ cm, $a_2 = 40$ cm ges.: b_2

Gleichung: $b_2 =$

c. Deltoide: $e_1 = 12$ cm, $f_1 = 27$ cm, $e_2 = 200$ cm ges.: f_2

Gleichung: $f_2 =$



$$\text{Arm}_1 : \text{Arm}_2 = \text{Bein}_1 : \text{Bein}_2$$

6. Gegeben sind zwei zueinander ähnliche Dreiecke (siehe Abbildung, Längen in cm)

a. Gib die Seitenverhältnisse mit möglichst einfachen Zahlen an!

$$a_1 : a_2 =$$

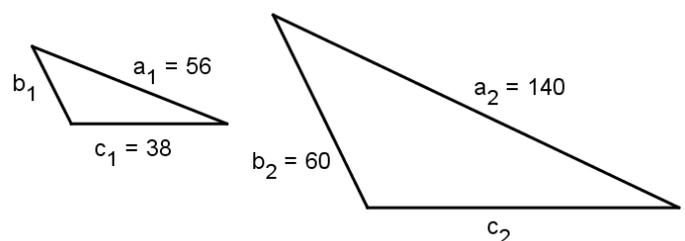
b. Ermittle den Proportionalitätsfaktor!

$$k =$$

c. Ermittle die fehlenden Seitenlängen!

$$b_1 =$$

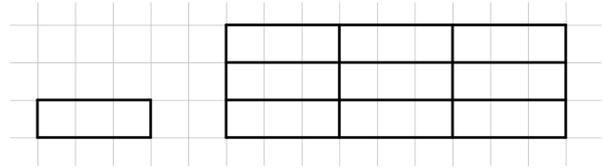
$$c_2 =$$



Flächeninhalte ähnlicher Figuren

In einem Rechteck wird jede Seite verdreifacht.
Es entsteht eine ähnliche Figur mit
Proportionalitätsfaktor $k = 3$.

Der Flächeninhalt der neuen Figur ist 9-mal
so groß.



In ähnlichen Figuren gilt:

Sind die Seitenlängen k -mal so groß,
so wird die Fläche k^2 -mal so groß.

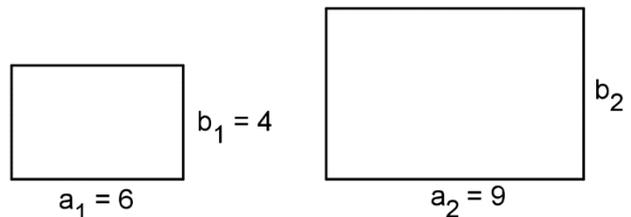
7. Von zwei ähnlichen Figuren kennt man die Seiten a_1 und a_2 sowie den Flächeninhalt A_1 .
Berechne den Proportionalitätsfaktor und mit dessen Hilfe den Flächeninhalt A_2 !

a.	b.	c.	d.
$a_1 = 4 \text{ cm}$ $a_2 = 12 \text{ cm}$ $A_1 = 40 \text{ cm}^2$	$a_1 = 3 \text{ m}$ $a_2 = 15 \text{ m}$ $A_1 = 20 \text{ m}^2$	$a_1 = 10 \text{ cm}$ $a_2 = 5 \text{ cm}$ $A_1 =$	$a_1 = 12 \text{ m}$ $a_2 = 24 \text{ m}$ $A_1 = 37^2$
$k =$ $A_2 =$	$k =$ $A_2 =$	$k =$ $A_2 =$	$k =$ $A_2 =$

8. Von 2 ähnlichen Figuren kennt man die Flächeninhalte $A_1 = 120 \text{ cm}^2$ und $A_2 = 4320 \text{ cm}^2$.
Weiters kennt man die Seitenlänge $s_1 = 28 \text{ cm}$. Berechne k und s_2 !

9. Gegeben sind zwei ähnliche Rechtecke!

- a. Gib das Seitenverhältnis mit möglichst einfachen Zahlen an!



- b. Berechne die fehlende Seitenlänge b_2 !

- c. Berechne die beiden Flächeninhalte und gib deren Verhältnis mit möglichst einfachen Zahlen an!

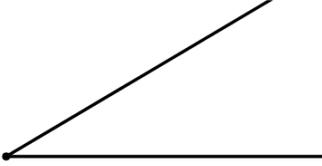
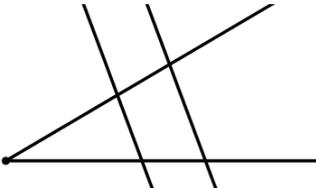
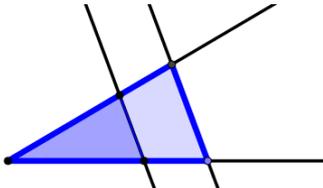
$A_1 =$ $A_2 =$ $A_1 : A_2 =$

Verhalten sich in ähnlichen Figuren die Seitenlängen wie $a_1 : a_2$,
so stehen die Flächeninhalte im Verhältnis $A_1 : A_2 = a_1^2 : a_2^2$.

10. Von zwei ähnlichen Figuren kennt man das Seitenverhältnis bzw. das Verhältnis der
Flächeninhalte. Ergänze jeweils das fehlende Verhältnis!

	a.	b.	c.	d.
Seitenlängen	$a_1 : a_2 = 7 : 2$	$a_1 : a_2 =$	$a_1 : a_2 = 1 : 6$	$a_1 : a_2 =$
Flächeninhalte	$A_1 : A_2 =$	$A_1 : A_2 = 9 : 25$	$A_1 : A_2 =$	$A_1 : A_2 = 4 : 81$

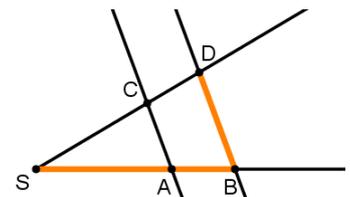
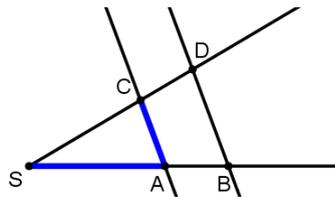
Strahlensatz

WIE ?	Wie funktioniert der Strahlensatz?	
		
Zwei Strahlen haben denselben Anfangspunkt.	Parallele Gerade schneiden beide Strahlen.	Man erhält zwei ineinander geschachtelte ähnliche Dreiecke.

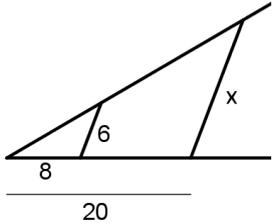
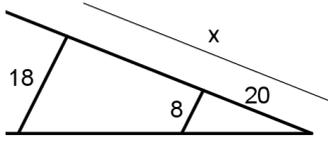
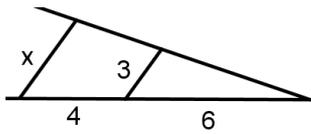
In dieser Figur verhalten sich die Längen bis zum Scheitel S wie die entsprechenden Längen auf den parallelen Geraden.

$$\overline{SA} : \overline{AC} = \overline{SB} : \overline{BD}$$

$$\overline{SA} : \overline{SB} = \overline{AC} : \overline{BD}$$



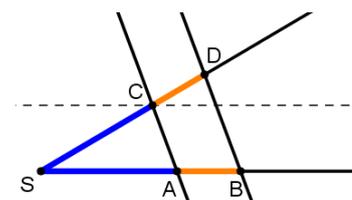
11. Berechne die Längen x! Gib auch die dafür verwendeten Gleichungen an!

a.	b.	c.
		
Kontrollwert: x = 15	Kontrollwert: x = 45	Kontrollwert: x = 5

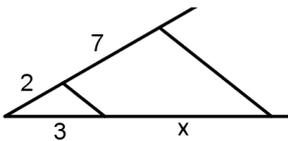
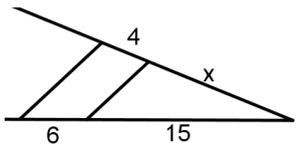
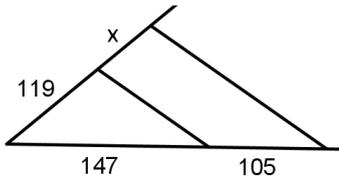
Eine weitere Parallele erzeugt ein drittes ähnliches Dreieck. Man erkennt, dass auch die Abschnitte auf den Strahlen zueinander proportional sind!

$$\overline{SA} : \overline{SC} = \overline{AB} : \overline{CD}$$

$$\overline{SA} : \overline{AB} = \overline{SC} : \overline{CD}$$



12. Berechne die Längen x! Gib auch die dafür verwendeten Gleichungen an!

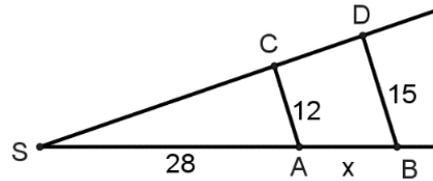
a.	b.	c.
		
Kontrollwert: x = 10,5	Kontrollwert: x = 10	Kontrollwert: x = 85

13. Beachte in der folgenden Aufgabe, dass die Strecken bis zum Scheitel gehen müssen. Stelle eine Gleichung auf und berechne x!

Es gilt: $\overline{SA} : \overline{AC} = \overline{SB} : \overline{BD}$

Gleichung:

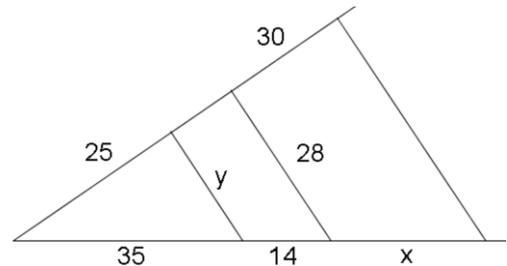
Kontrollwert $x = 7$



14. Berechne die Längen x! Gib auch die dafür verwendeten Gleichungen an!

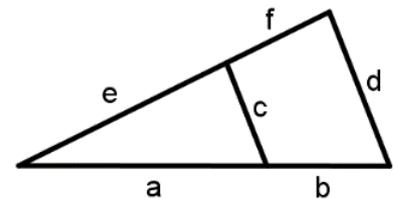
a.	b.	c.
Kontrollwert: $x = 20$	Kontrollwert: $x = 10$	Kontrollwert: $x = 52$

15. Berechne die Längen x und y! Gib die dafür benötigten Gleichungen an!



16. Entscheide, ob die Proportionen richtig sind!

	richtig	falsch
$a : e = b : d$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$a : b = c : d$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$a : b = e : f$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$a : e = b : f$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$e : c = f : d$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$e : c = (e + f) : d$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$a : c = (a + b) : d$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



17. Ergänze die fehlenden Strecken!

- $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AI} : \underline{\hspace{2cm}}$
- $\overline{BF} : \overline{FC} = \underline{\hspace{2cm}} : \overline{HE}$
- $\overline{EB} : \overline{EH} = \overline{BA} : \underline{\hspace{2cm}}$
- $\overline{DB} : \overline{BG} = \overline{DA} : \underline{\hspace{2cm}}$
- $\overline{BD} : \overline{BG} = \underline{\hspace{2cm}} : \overline{FG}$

