

Potenzen – mächtige Zahlen

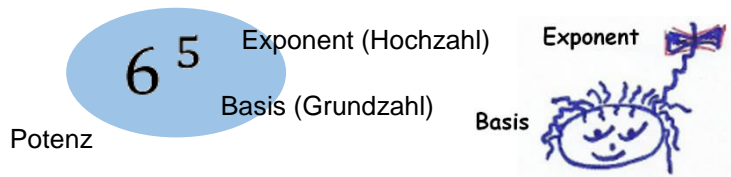
Wenn eine Zahl (mehrmals) mit sich selbst multipliziert wird, entsteht eine Potenz.
Man erhält auf diese Weise sehr rasch sehr große Zahlen. (lat. potentia = Vermögen, Macht)

$$6^2 = 6 \cdot 6 = 36$$

$$6^3 = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$$

$$6^4 = 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 1296$$

$$6^5 = 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 7776$$



1. Berechne:

$$2^2 = \quad 3^2 = \quad 5^2 = \quad 10^2 =$$

$$2^3 = \quad 3^3 = \quad 5^3 = \quad 10^3 =$$

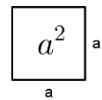
2. Setze die passenden natürlichen Zahlen als Grundzahl ein!

$$\underline{\quad}^2 = 49 \quad \underline{\quad}^2 = 81 \quad \underline{\quad}^2 = 1 \quad \underline{\quad}^2 = 0$$

$$\underline{\quad}^2 = 16 \quad \underline{\quad}^3 = 27 \quad \underline{\quad}^4 = 16 \quad \underline{\quad}^4 = 81$$

3. Für den Flächeninhalt von Quadraten mit Seitenlänge a gilt:
Gib die Flächeninhalte mit korrekten Einheiten an!

$$A = a \cdot a = a^2$$

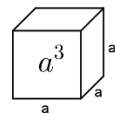


Seitenlänge	3 cm	8 m	11 mm	20 m	0,5 dm	0,2 m
Flächeninhalt						

Quadrieren: $a \cdot a = a^2$ „a hoch 2“ = „a (zum) Quadrat“
CAS: a^2

4. Für das Volumen von Würfeln mit Kantenlänge a gilt:
Gib die Volumen mit korrekten Einheiten an!

$$V = a \cdot a \cdot a = a^3$$



Kantenlänge	3 cm	5 m	2 mm	1 m	10 dm	0,2 m
Volumen						

Potenzieren: 3 Faktoren $a \cdot a \cdot a = a^3$ „a hoch 3“ = „a kubik“
CAS: a^3

n Faktoren $a \cdot a \cdot \dots \cdot a = a^n$ „a hoch n“
CAS: a^n

5. Gib in Potenzschreibweise an:

$$a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = \quad a \cdot b \cdot b \cdot a \cdot b \cdot b =$$

$$e \cdot e \cdot c \cdot c \cdot c = \quad m \cdot n \cdot n \cdot n \cdot n \cdot n =$$

$$x \cdot x \cdot y \cdot x \cdot x \cdot x \cdot y = \quad a \cdot b \cdot b \cdot c \cdot a \cdot b \cdot c \cdot c =$$

6. Wende den CAS-Befehl Faktorisiere  an!

$$4 = \quad 8 = \quad 128 = \quad 27 =$$

$$21 = \quad 12 = \quad 43 = \quad 9000 =$$

Was bewirkt der Befehl bei natürlichen Zahlen?

Suche eine große Primzahl! Faktorisiere dafür sehr große Zahlen und suche große Primfaktoren!

Meine Primzahl:

Potenzieren von negativen Zahlen:

$$(-5)^2 = (-5) \cdot (-5) = +25$$

$$(-5)^3 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = -125$$

Beim Potenzieren mit negativer Basis gilt:

Ist der E eine g natürliche Zahl, so ist das Ergebnis p , weil immer zwei M einander aufheben.

Ist der E eine g natürliche Zahl, so ist das Ergebnis n .

7. Berechne! Mit Klammer wird auch das Minus potenziert.

$$(-2)^2 = \quad (-2)^3 = \quad (-2)^4 = \quad (-2)^5 =$$

$$(-3)^2 = \quad (-3)^3 = \quad -3^2 = \quad -3^3 =$$

8. Kreuze alle Rechnungen an, bei denen man ein negatives Ergebnis erhält!

$(-1)^2$	<input type="checkbox"/>
$(-2)^3$	<input type="checkbox"/>
$(-2)^2 \cdot (-3)^2$	<input type="checkbox"/>

$(-1)^5$	<input type="checkbox"/>
$(-7)^{72}$	<input type="checkbox"/>
$(-5)^3 \cdot (-6)^2$	<input type="checkbox"/>

$(-1)^{28}$	<input type="checkbox"/>
$(-11)^{237}$	<input type="checkbox"/>
$(-4)^9 \cdot (-3)^7$	<input type="checkbox"/>

9. Berechne nach folgendem Muster: $(a \cdot b)^2 = a \cdot b \cdot a \cdot b = a^2 \cdot b^2$

$$(3 \cdot a)^2 = \quad (3 \cdot a)^3 = \quad (-5 \cdot a)^2 = \quad (-5 \cdot a)^3 =$$

$$(2c)^2 = \quad (7z)^2 = \quad (-2 \cdot k)^3 = \quad (6 \cdot x \cdot y)^2 =$$

10. Berechne nach folgendem Muster: $\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} = \frac{a^2}{b^2}$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \quad \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \quad \left(\frac{x}{2}\right)^3 = \quad \left(-\frac{6}{10}\right)^2 =$$

11. Formuliere die Rechengesetze aus den Aufgaben 9 und 10 in Worten!

Vorrangregeln:

Klammer vor Potenz vor Punkt vor Strich

12. Berechne die folgenden Rechnungen händisch und überprüfe mit CAS!

a.

1	$5 \cdot 2^2 - 3^2$
<input type="radio"/>	$\checkmark 5 \cdot 2^2 - 3^2$
2	$(5 \cdot 2)^2 - 3^2$
<input type="radio"/>	$\checkmark (5 \cdot 2)^2 - 3^2$
3	$5 \cdot (2^2 - 3^2)$
<input type="radio"/>	$\checkmark 5 (2^2 - 3^2)$

b.

4	$7 - 5 \cdot 2^3$
<input type="radio"/>	$\checkmark 7 - 5 \cdot 2^3$
5	$(7 - 5) \cdot 2^3$
<input type="radio"/>	$\checkmark (7 - 5) \cdot 2^3$
6	$7 - (5 \cdot 2)^3$
<input type="radio"/>	$\checkmark 7 - (5 \cdot 2)^3$

c.

7	$4 - 6^2 - 2 - 3^3$
<input type="radio"/>	$\checkmark 4 - 6^2 \cdot 2 - 3^3$
8	$(4 - 6)^2 \cdot 2 - 3^3$
<input type="radio"/>	$\checkmark (4 - 6)^2 \cdot 2 - 3^3$
9	$4 - 6^2 (2 - 3)^3$
<input type="radio"/>	$\checkmark 4 - 6^2 (2 - 3)^3$

Rechenregeln für Potenzen

$$a^3 \cdot a^5 = \underbrace{a \cdot a \cdot a}_{3 \text{ Faktoren}} \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a}_{5 \text{ Faktoren}} = a^{3+5} = a^8$$

$$a^m \cdot a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_m \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n = a^{m+n}$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

13. Berechne mit der Formel!

$$x^4 \cdot x^2 =$$

$$c^3 \cdot c^6 =$$

$$e^5 \cdot e =$$

$$a^3 \cdot a^7 \cdot a^2 =$$

$$y^2 \cdot y \cdot y^4 =$$

$$x^u \cdot x^v =$$

14. Berechne mit der Formel!

Beachte: Es können nur Potenzen mit gleicher Basis zusammengefasst werden.

$$a^5 \cdot b^2 \cdot a^3 \cdot b^7 =$$

$$x^2 \cdot y^6 \cdot y^3 \cdot x =$$

$$2^3 \cdot c^8 \cdot 2^2 \cdot c^2 =$$

$$(s^5 \cdot t^2) \cdot (s^2 \cdot t^4) =$$

$$a^8 : a^3 = \frac{a^8}{a^3} = \frac{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a}{a \cdot a \cdot a} = a^5$$

3 Faktoren können gekürzt werden.

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

15. Berechne mit der Formel!

$$x^5 : x^2 =$$

$$s^8 : s =$$

$$p^{10} : p^3 =$$

$$\frac{a^7}{a^2} =$$

$$\frac{6 \cdot z^2}{3 \cdot z} =$$

$$\frac{20 \cdot u^5}{5 \cdot u^2} =$$

16. Berechne mit der Formel! Beachte, ob die Variable im Zähler oder im Nenner stehen bleibt!

$$\frac{u^2}{u^3} =$$

$$\frac{s \cdot t^2}{s^3 \cdot t^3} =$$

$$\frac{6 \cdot p^4 \cdot q^3}{9 \cdot q^2 \cdot p^6} =$$

$$\frac{a^6 \cdot b^3}{a^2 \cdot b^7} =$$

$$\frac{x^3}{x^5} =$$

$$\frac{a^2 \cdot b^3}{a^2 \cdot b^4} =$$

$$(a^3)^2 = a^3 \cdot a^3 = a^{3 \cdot 2} = a^6$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

17. Berechne mit der Formel!

$$(z^5)^2 =$$

$$(a^3)^4 =$$

$$(5 \cdot x^2)^2 =$$

$$(a^3 \cdot b^2)^2 =$$

$$(-s^3)^2 =$$

$$(p^3 \cdot q^5)^3 =$$

18. Berechne!

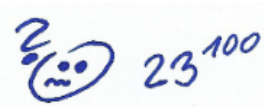
$$(5a^5)^2 \cdot (2a^2)^3 =$$

$$(-x^3)^2 \cdot (-3x)^3 =$$

$$(a^2 \cdot b^5)^3 \cdot (a \cdot b^2)^2 =$$

$$(p \cdot q^2)^4 \cdot (p^3 \cdot q^2)^2 =$$

Zehnerpotenzen – Gleitkommadarstellung



Für diese Rechnung muss man 100 Faktoren multiplizieren.
Das Ergebnis ist eine ziemlich große Zahl:

148861915063630393937915565865597542319871196538
013686865769882092224332785393313521523901432773
46804233476592179447310859520222529876001

Diese Zahl hat 137 Stellen, das ist sehr unübersichtlich und diese Zahl ist zu lang für die Anzeige eines Taschenrechners. Man erhält z.B. folgende Ausgabe:

$$23^{100} = 1,488619150 \text{ E } 136 = 1,49 \cdot 10^{136}$$

Das bedeutet, dass man beim Ausrechnen das Komma um 136 Zahlen nach rechts verschieben muss. Man nennt diese Schreibweise die Gleitkommadarstellung. Sie macht sehr große Zahlen übersichtlicher.

1. Die Zehnerpotenz bewirkt die Verschiebung. Berechne!

$10^3 =$

$10^1 =$

$10^6 =$

$10^9 =$

Jede Zahl in **Gleitkommadarstellung** hat zwei Teile:

- Die **Vorzahl** (Mantisse) hat nur eine Stelle vor dem Komma.
- Die **Hochzahl der Zehnerpotenz** gibt an, um wie viele Stellen das Komma verschoben wird.

$$3,7 \cdot 10^5 = 370000$$

5 Stellen

2. Schreib ohne Zehnerpotenzen! Beachte die Regel zur Kommaverschiebung!

$7 \cdot 10^4 =$

$8 \cdot 10^7 =$

$3 \cdot 10^9 =$

$5,2 \cdot 10^6 =$

$3,1 \cdot 10^2 =$

$4,7 \cdot 10^9 =$

$2,41 \cdot 10^5 =$

$8,51 \cdot 10^6 =$

$5,212 \cdot 10^9 =$

3. Schreib im Gleitkommaformat! (Vor dem Komma sollte nur eine Ziffer stehen.)

$8\ 000 =$

$700\ 000 =$

$40\ 000\ 000 =$

$51\ 000 =$

$830\ 000 =$

$94\ 000\ 000 =$

$462\ 000 =$

$72\ 900 =$

$3\ 810\ 000\ 000 =$

4. Setze das Zeichen > oder < ein!

$6 \cdot 10^5 \underline{\hspace{1cm}} 6 \cdot 10^7$

$8,1 \cdot 10^8 \underline{\hspace{1cm}} 8,1 \cdot 10^9$

$3,2 \cdot 10^6 \underline{\hspace{1cm}} 3,02 \cdot 10^6$

$7,05 \cdot 10^4 \underline{\hspace{1cm}} 7,1 \cdot 10^4$

$8,2 \cdot 10^4 \underline{\hspace{1cm}} 1,2 \cdot 10^5$

$6 \cdot 10^7 \underline{\hspace{1cm}} 9,5 \cdot 10^5$

5. Schreib die Zahlen mit Hilfe von Zehnerpotenzen!

$4\ \text{Tausend} =$

$5\ \text{Millionen} =$

$6\ \text{Milliarden} =$

$7\ \text{Billionen} =$

6. Schreib die folgenden Größenangaben in Gleitkommadarstellung!

$\text{Lichtgeschwindigkeit} = 300\ 000\ 000\ \text{m/s} =$

$\text{Einwohner Volksrepublik China} = 1\ 386\ 800\ 000 =$

$\text{Fläche Russland} = 17\ 000\ 000\ \text{km}^2 =$