

Wahrscheinlichkeit

Eine Wahrscheinlichkeit ist ein Maß für eine Erwartung.

In der Mathematik werden zur **Angabe von Wahrscheinlichkeiten** Prozentangaben, Dezimalzahlen oder **Bruchteile** verwendet.

1. Ergänze die fehlenden Schreibweisen:

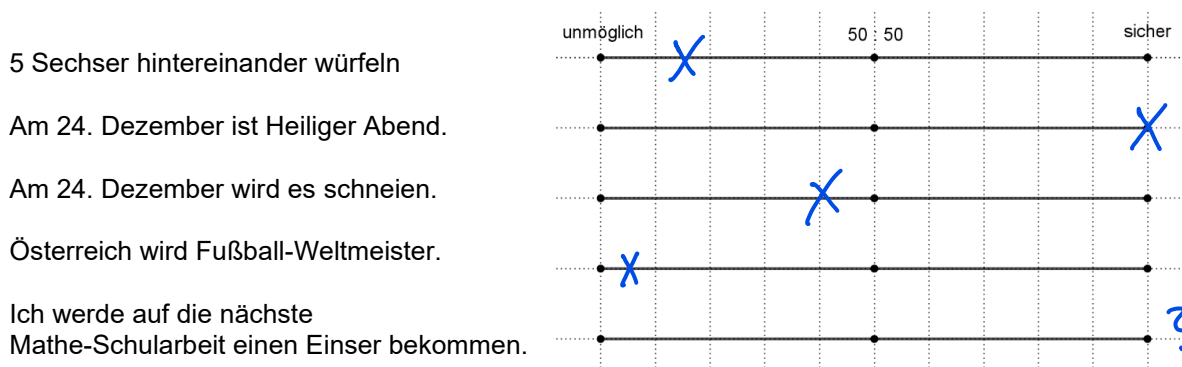
	a.	b.	c.	d.
Bruchteil	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{100}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{40}$
Dezimalzahl	0,2	0,03	0,75	0,075
Prozentangabe	20 %	3 %	75 %	7,5 %

Im Alltag werden Wahrscheinlichkeiten subjektiv eingeschätzt und verbal bewertet.

Eindeutig kann man **unmögliche Ereignisse** und **sichere Ereignisse** bestimmen.

Bei 50 : 50 sind beide Ereignisse (etwa) gleich wahrscheinlich.

2. Beurteile die Wahrscheinlichkeiten und markiere durch ein Kreuzchen in der Grafik!
Vergleiche deine Einschätzungen mit deinen Mitschülerinnen und Mitschülern!



3. In eine Schulklasse gehen 12 Mädchen und 8 Buben.

- a. Wie groß ist der relative Anteil der Buben?
(Bruchteil, Prozent) $\frac{8}{20} = 0,4 = 40\%$

Diesen relativen Anteil kann man als Maß für die Wahrscheinlichkeit bei einer Zufallsziehung verwenden.

- b. Ein Kind wird zufällig ausgewählt.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Bub gewählt wird?
(Bruchteil, Prozent) $\frac{8}{20} = \frac{2}{5} = 40\%$

- b. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass von den 20 Kindern Anna gezogen wird. $\frac{1}{20} = 0,05 = 5\%$

- c. Es gibt in der Klasse zwei Mädchen, die Emma heißen.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine davon gezogen wird?

$$\frac{2}{20} = \frac{1}{10} = 10\%$$

Relativer Anteil als Maß für die Wahrscheinlichkeit

Laplace-Versuch: Alle möglichen Versuchsausgänge sind gleich wahrscheinlich.

Wahrscheinlichkeit P, dass ein bestimmtes Ereignis eintritt:

$$P = \frac{\text{Anzahl der günstigen Versuchsausgänge}}{\text{Anzahl der möglichen Versuchsausgänge}}$$



Pierre-Simon Laplace (1749 – 1827):
französischer Mathematiker, Physiker
und Astronom.

WIE ?	Wie berechnet man eine Wahrscheinlichkeit nach Laplace?	
1x Würfeln mögliche Punktezahl: 1, 2, 3, 4, 5, 6 6 Möglichkeiten	Wahrscheinlichkeit, mehr als 4 Punkte zu erreichen: günstige Punktezahl: 5, 6 2 günstige Möglichkeiten	$\frac{\text{günstige}}{\text{mögliche}} = \frac{2}{6} \approx 0,333$ $P = 33,3 \%$
Bei diesem Zufallsversuch sind alle Ausgänge gleich wahrscheinlich.	Man ermittelt, wie viele dieser Ausgänge günstig sind.	Wahrscheinlichkeit = der relative Anteil der günstigen an allen möglichen Ausgängen..

4. Würfel:

Ein idealer 6-seitiger Würfel ist vollkommen gleichmäßig
und alle Augenzahlen werden mit derselben Wahrscheinlichkeit geworfen.
Gib die Wahrscheinlichkeiten als Bruchzahlen an!



P ... probability (Wahrscheinlichkeit)

X ... Augenzahl

P (X =) bedeutet: die Wahrscheinlichkeit, dass ...

$$P (X = 2) = \frac{1}{6}$$

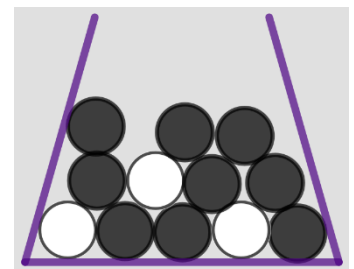
$$P (X \leq 3) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$P (X = 6) = \frac{1}{6}$$

$$P (X < 3) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

5. In einer **Urne** befinden sich schwarze und weiße Kugeln
(siehe Abbildung).
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit,
eine weiße Kugel zu ziehen?

$$\frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 25\%$$



6. In einer **Urne** befinden sich 20 Kugeln, die von 1 bis 20 durchnummeriert sind.
X gibt die gezogene Nummer an.

Gib die folgenden Wahrscheinlichkeiten als Bruch und in Prozent an!

$$P (X = 7) = \frac{1}{20} = 5\%$$

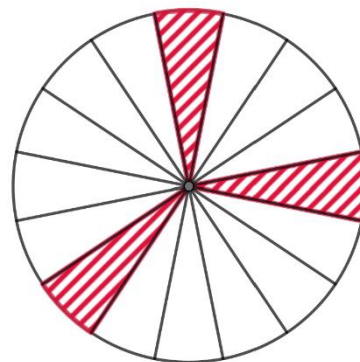
$$P (X < 7) = \frac{6}{20} = 30\%$$

$$P (X \text{ ist eine gerade Zahl}) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} = 50\%$$

$$P (7 \leq X \leq 15) = \frac{9}{20} = 45\%$$

7. Ein **Glücksrad** ist in 16 gleich große Sektoren unterteilt.
Die markierten Sektoren gewinnen.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für einen Gewinn?
(Angabe als Bruch und in Prozent)

$$\frac{3}{16} = 0,1875 = 18,75\%$$



Oft wird eine Gewinnchance als Verhältnis angegeben, z. B. 1 : 20
Das würde einem Gewinnlos und 20 Nieten entsprechen, oder 5 Gewinnlose und 100 Nieten usw.

Insgesamt 21 Lose, davon 1 günstiges Los Gewinnwahrscheinlichkeit = $\frac{1}{21} \approx 4,8\%$

8. Bei einem Spiel beträgt die Gewinnchance 1 : 70 *1 von 71 gewinnt*
Gib die Gewinnwahrscheinlichkeit in Prozent an! (auf 2 Dez. gerundet)

$$\frac{1}{71} = 0,0140... \approx 1,4\%$$

WIE ?	Wie bestimmt man einen Schätzwert für eine unbekannte Wahrscheinlichkeit? (z.B. die Wahrscheinlichkeit bei einem Online-Spiel zu gewinnen)	
Der Versuch wird mehrmals durchgeführt (je öfter desto besser) z. B. 200-mal 53 Versuche gelingen	absolute Häufigkeit der gelungenen Versuche = 53 relative Häufigkeit der gelungenen Versuche = $\frac{53}{200}$	Man kann annehmen, dass der nächste Versuch mit folgender Wahrscheinlichkeit gelingt: $\frac{53}{200} = 26,5\%$

9. Bestimme (in % auf 1 Dezimalstelle gerundet) ein Maß für die Wahrscheinlichkeit, dass das Ereignis eintritt!.

- a. **Basketball:**
Stefan übt Freiwürfe auf den Basketballkorb. Bei 30 Würfen trifft er 22-mal.
Berechne die Trefferwahrscheinlichkeit in Prozent!

$$\frac{22}{30} = 0,7333... \approx 73,3\%$$

- b. **Glücksspiel:**
Sophia hat 17-mal ein Online-Glücksspiel gespielt und dabei zweimal gewonnen.
Berechne einen Schätzwert für Wahrscheinlichkeit, dass sie das nächste Spiel gewinnt!

$$\frac{2}{17} = 0,1176... \approx 11,8\%$$

- c. **Blutgruppe:**
Bei 3500 Personen wird die Blutgruppe bestimmt. 542 Personen haben Blutgruppe B.
Bestimme einen Schätzwert für die Wahrscheinlichkeit, dass eine beliebig ausgewählte Person Blutgruppe B hat!

$$\frac{542}{3500} = 0,1548... \approx 15,5\%$$

Erwartungswert

Ist die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten eines Ereignisses bekannt, kann man damit eine Vorhersage für die Häufigkeit dieses Ereignisses erstellen.

Erwartungswert = Anzahl der Versuche mal Erfolgswahrscheinlichkeit

10. 30-mal Würfeln:

Die Wahrscheinlichkeit für einen Sechser beträgt bei jedem Wurf $\frac{1}{6}$.

$$\text{Erwartungswert} = 30 \cdot \frac{1}{6} = 5$$

Kreuze an, ob die Aussagen zutreffen oder nicht!

	richtig	falsch
Bei 30 Würfeln erreicht man immer genau 5 Sechser.	☐	☒
Die Wahrscheinlichkeit 4, 5 oder 6 Sechser zu erreichen ist recht hoch.	☒	☐
30 Sechser zu erreichen ist sehr unwahrscheinlich.	☒	☐
Bei 30 Würfeln erreicht man sicher höchstens 5 Sechser.	☐	☒
Es ist unmöglich, genau 6 Sechser zu erreichen.	☐	☒

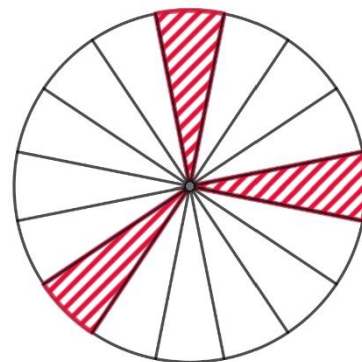
Genau berechnen kann man die Wahrscheinlichkeiten erst in einer höheren Klasse.

Es gilt:

- $P(X = 5) = 19,2 \%$
- $P(X = 6) = 16,0 \%$
- $P(4 \leq X \leq 6) = 53,7 \%$
- $P(X = 30) = 0,00000000000002 \%$

11. Glücksrad

Ein Glücksrad (siehe Abbildung) wird mehrmals gedreht.
Die markierten Bereiche gewinnen.
Wie viele Gewinne kann man erwarten, wenn man 30-mal dreht?
(Achtung: Das ist eine Vorhersage, nicht der Wert, der tatsächlich erreicht wird.)



$$p = \frac{3}{16} = 18,75$$

$$30 \cdot \frac{3}{16} = 5,625$$

Man kann rund 6 Gewinne erwarten.

12. Betrachte die Ergebnisse von Aufgabe 9 und bestimme damit die Erwartungswerte Da immer nur ganze Zahlen möglich sind, wird auf Ganze gerundet.

a. Basketball:

Stefan übt 55 Freiwürfe auf den Basketballkorb.

$$\text{Erwartungswert} = \frac{22}{30} \cdot 55 = 40,3$$

Erwartungswert 40 Treffer

b. Glücksspiel:

Sophia spielt 80-mal das Online-Glücksspiel-

$$\text{Erwartungswert} = \frac{2}{17} \cdot 80 = 9,4...$$

Erwartungswert: 9 Gewinne

c. Blutgruppe:

Es werden 600 zufällig ausgewählte Personen untersucht.
Wie oft ist die Blutgruppe B zu erwarten?

$$\text{Erwartungswert} = 0,155 \cdot 600 = 93 \quad \text{EW: 93 Personen Blutp. B}$$