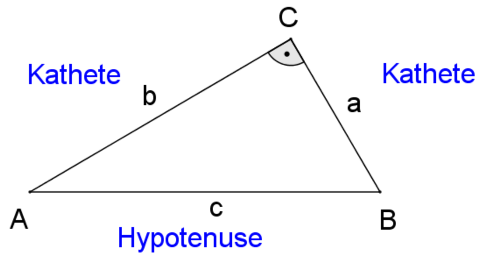
Rechtwinkeliges Dreieck

In rechtwinkeligen Dreiecken haben die Seiten besondere Namen. Der rechte Winkel wird von den **Katheten** eingeschlossen. Die dritte Seite ist die **Hypotenuse**.



1. Kreuze die Eigenschaften an, die für alle rechtwinkeligen Dreiecke gelten!

	richtig	falsch
Es gibt Dreiecke mit zwei rechten Winkeln.	☐	☐
Die Hypotenuse ist immer die längste Seite.	☐	☐
Die Katheten heißen immer a und b.	☐	☐
Die Seite a ist gleichzeitig die Höhe auf b.	☐	☐
Jedes Rechteck lässt sich in zwei rechtwinkelige Dreiecke unterteilen.	☐	☐
Die Hypotenuse liegt immer dem rechten Winkel gegenüber.	☐	☐

Flächenberechnung:

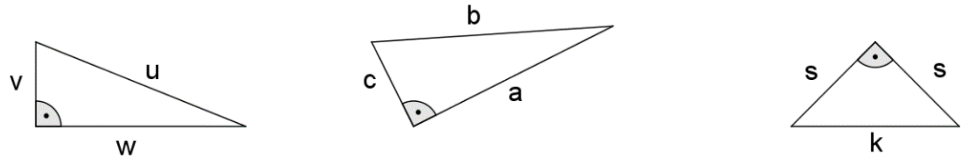
In jedem Dreieck gilt die Flächenformel
Fläche = (Seite · Höhe) : 2

$$\boxed{\mathbf{A} = \frac{\mathbf{c} \cdot \boldsymbol{h_c}}{\mathbf{2}}}$$

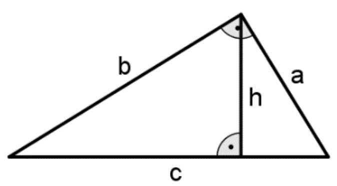
In rechtwinkeligen Dreiecken ist die Seite a gleichzeitig Höhe auf b.
Fläche = (Kathete$_1$ · Kathete$_2$) : 2

$$\boxed{\mathbf{A} = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{\mathbf{2}}}$$

2. Kennzeichne bei den folgenden Dreiecken die Hypotenuse färbig!
Zeichne die Höhe h auf die Hypotenuse ein!
Schreib jeweils zwei passende Formeln für den Flächeninhalt dazu!



3. Kreuze alle richtigen Formeln zur Berechnung der Fläche des Dreiecks an!



$A = (a \cdot b) : 2$	☐
$A = \frac{a + b}{2}$	☐
$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b$	☐
$A = \frac{a}{2} \cdot \frac{b}{2}$	☐
$A = 0{,}5 \cdot a \cdot b$	☐

$A = \frac{c}{2} \cdot h$	☐
$A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h$	☐
$A = \frac{c}{2} \cdot \frac{h}{2}$	☐
$A = \frac{c}{2} + \frac{h}{2}$	☐
$A = c \cdot h : 2$	☐

Gerhard Egger

PH NÖ GeoGebra Institut

4. Berechne den Flächeninhalt der rechtwinkeligen Dreiecke im Kopf!

a.	b.	c.	d.	e.
a = 10 cm b = 7 cm	h = 4 mm c = 12 mm	a = 20 m b = 3 m	h = 3 m c = 8 m	a = 5 cm b = 5 cm
A =	A =	A =	A =	A =

5. Von einem rechtwinkeligen Dreieck kennt man zwei Längen.
Berechne den Flächeninhalt!

a. a = 18 cm
b = 22 cm

b. h = 4,2 m
c = 10,5 m

c. a = 6,2 cm
b = 7,3 cm

WIE ?	Wie berechnet man bei gegebenem Flächeninhalt eine Länge?	
A = 22,4 cm² b = 6,4 cm ges.: a $A = \frac{a \cdot b}{2}$	$22,4 = \frac{a \cdot 6,4}{2} \quad \vert \cdot 2$ 44,8 = a · 6,4 | : 6,4 a = 44,8 : 6,4 = 7 a = 7 cm	$A = \frac{a \cdot b}{2} \quad \vert \cdot 2$ 2 · A = a · b | : b $a = \frac{2 \cdot A}{b}$
In der Formel ist nur eine der Variablen nicht bekannt.	Man setzt ein und erhält eine Gleichung. Die Lösung ist die Seitenlänge a.	Kurzform: Fläche verdoppeln und durch die gegebene Seitenlänge dividieren.

6. Berechne im rechtwinkeligen Dreieck die gesuchte Länge im Kopf!

a.	b.	c.	d.	e.
A = 12 m² a = 3 m	A = 15 cm² c = 10 cm	A = 36 cm² b = 6 cm	A = 10,5 m² h = 7 m	A = 110 cm² a = 11 cm
b =	h =	a =	c =	b =

7. Berechne im rechtwinkeligen Dreieck die gesuchte Länge!

a. A = 434 cm²
b = 28 cm
a =

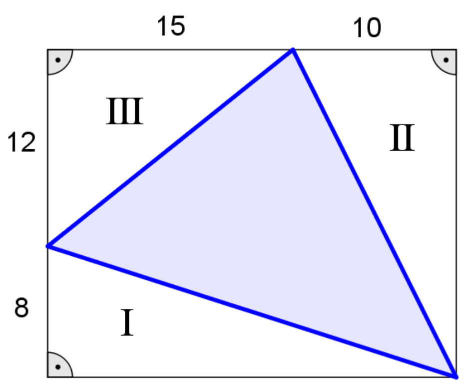
b. A = 11,5 m²
h = 2,5 m
c =

c. A = 14,35 cm²
c = 8,2 cm
h =

8. Berechne die Fläche A des markierten Dreiecks!
Längen in m.

Berechne zuerst die Fläche des großen Rechtecks und nimm dann die Flächen der rechtwinkeligen Dreiecke weg!

Kontrollwert: 210 m² (genau!)



$A_{\square}$ =

A_{I} =

A_{II} =

A_{III} =

A_{Δ} =

Der Satz des Pythagoras

9. Zeichne mit Hilfe des Satzes von Thales ein rechtwinkeliges Dreieck!
Miss die Seitenlängen und führe die angegebenen Berechnungen durch!
(Längen in cm)

$a =$ $a^2 =$

$b =$ $b^2 =$

$c =$ $c^2 =$

$a^2 + b^2 =$

Man sieht, dass die Werte ziemlich gut übereinstimmen.
Ungenauigkeiten entstehen durch die Messung.

Auch bei den anderen SchülerInnen in der Klasse stimmen die Werte überein, obwohl alle andere rechtwinkelige Dreiecke gezeichnet haben.

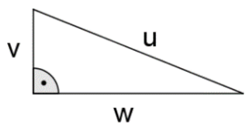
In jedem rechtwinkeligen Dreieck gilt der Satz des Pythagoras:

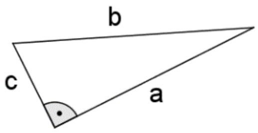
Die Summe der Kathetenquadrate
ist gleich dem Quadrat der Hypotenuse.

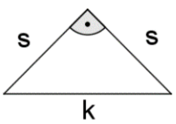
$$\boxed{a^2 + b^2 = c^2}$$

Wenn nicht anders angegeben, ist in den folgenden Aufgaben c die Hypotenuse.

10. Formuliere in den abgebildeten rechtwinkeligen Dreiecken den Satz des Pythagoras!







11. Überprüfe, ob die gegeben Dreiecke rechtwinkelig sind! Schreib die Rechnungen an!

a.	b.	c.	d.
a = 9 cm b = 12 cm c = 15 cm	a = 28 cm b = 45 cm c = 53 cm	a = 7 cm b = 9 cm c = 13 cm	a = 15 cm b = 17,3 cm c = 21,5 cm
$9^2 + 12^2 =$ $15^2 =$			

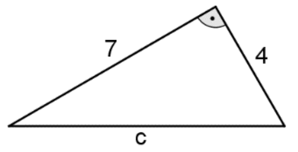
Die meisten rechtwinkeligen Dreiecke haben keine „schönen“ ganzzahligen Seitenlängen. Meist treten Wurzeln (und damit irrationale Zahlen auf.

12. Weise nach, dass die Dreiecke rechtwinkelig sind!

a. a = 3 cm , b = 4 cm , c = 5 cm

b. a = 1 cm , b = 2 cm , c = $\sqrt{5}$ = 2,236…

Berechnen der Hypotenuse

WIE ?	Wie berechnet man in einem rechtwinkeligen Dreieck die Hypotenuse?	
 Maße in cm	$c^2 = a^2 + b^2$ $c^2 = 4^2 + 7^2$ $c^2 = 65$ $c = \sqrt{65} \approx 8{,}06$	$c^2 = a^2 + b^2$ $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ $c = \sqrt{4^2 + 7^2} = \sqrt{65}$ $c \approx 8{,}06$ cm
In einem rechtwinkeligen Dreieck sind die beiden Katheten gegeben.	Einsetzen in den Satz des Pythagoras ergibt eine Gleichung, die gelöst wird.	Man kann auch zuerst c explizit ausdrücken und in diese Formel einsetzen.

13. In einem rechtwinkeligen Dreieck sind die beiden Katheten a und b bekannt.
Berechne die Hypotenuse c! Ergebnis mit Wurzeln angeben!

a. a = 5 cm , b = 2 cm

b. a = 6 cm , b = 2 cm

c. a = 3 cm , b = 3 cm

14. In einem rechtwinkeligen Dreieck sind die beiden Katheten a und b bekannt.
Berechne die Hypotenuse!

a. a = 5,2 cm
b = 7,4 cm

b. a = 31 m
b = 17 m

c. a = 7,5 cm
b = 7,5 cm

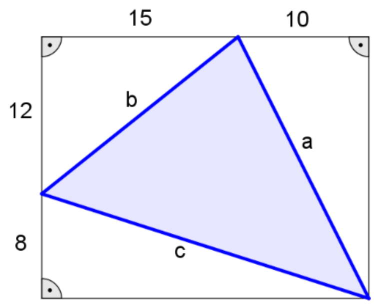
15. Berechne den Umfang des Dreiecks! (Maße in cm)

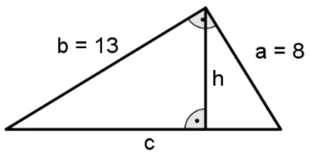
a =

b =

c =

u =



WIE ?	Wie berechnet man die Höhe, wenn die beiden Katheten bekannt sind? (Maße in cm)	
 $c = \sqrt{8^2 + 13^2} \approx 15{,}3$	$A = \frac{a \cdot b}{2}$ $A = \frac{8 \cdot 13}{2} = 52$	$A = \frac{c \cdot h}{2}$ $52 = \frac{15{,}3 \cdot h}{2}$ $h \approx 6{,}8$ cm
Berechne zunächst die Hypotenuse c!	Berechne mit a und b die Fläche!	Setze in die Flächenformel ein und berechne h!

16. Berechne in dem rechtwinkeligen Dreieck die Höhe h!

a. a = 13 cm
b = 14,4 cm

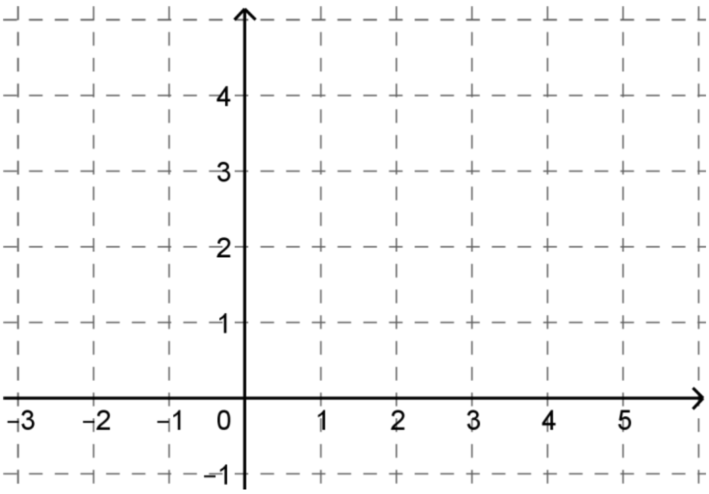
b. a = 32 m
b = 25 m

c. a = 9,5 cm
b = 7,3 cm

17. Gegeben sind zwei Punkte im kartesischen Koordinatensystem.
P (– 2 / 1) , Q (4 / 4)

Zeichne die beiden Punkte im gegebenen Koordinatensystem ein und miss ihren Abstand!

Zeichne ein rechtwinkeliges Dreieck ins Gitternetz, sodass $\overline{PQ}$ die Hypotenuse ist!
Berechne die Länge der Hypotenuse!



18. Berechne den Abstand der beiden Punkte!

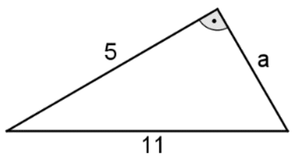
a. P (1 / 6) , Q (3 / 2)

b. P (2 / – 1) , Q (7 / 4)

c. P (233 / 570) , Q (684 / – 120)

d. P (– 6,1 / 6,3) , Q (– 2,5 / 1,7)

Berechnen einer Kathete

WIE ?	Wie berechnet man im rechtwinkeligen Dreieck eine Kathete?	
 Maße in cm	$a^2 + b^2 = c^2$ $a^2 + 5^2 = 11^2$ $a^2 = 121 - 25$ $a = \sqrt{96} \approx 9{,}8$	$a^2 = c^2 - b^2$ $a = \sqrt{c^2 - b^2}$ $a = \sqrt{11^2 - 5^2} = \sqrt{96}$ $a \approx 9{,}8$ cm
In einem rechtwinkeligen Dreieck sind die Hypotenuse und eine Kathete gegeben.	Einsetzen in den Satz des Pythagoras ergibt eine Gleichung, die gelöst wird.	Man kann auch zuerst a explizit ausdrücken und in diese Formel einsetzen.

19. In einem rechtwinkeligen Dreieck sind die Hypotenuse und eine Kathete bekannt.
Berechne die fehlende Kathete! Ergebnis mit Wurzeln angeben!

a. a = 3 cm , c = 10 cm

b. b = 3,6 cm , c = 11,1 cm

c. a = 5 cm , c = 6 cm

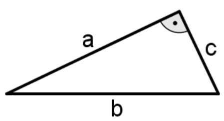
20. In einem rechtwinkeligen Dreieck sind die Hypotenuse und eine Kathete bekannt.
Berechne die fehlende Kathete!

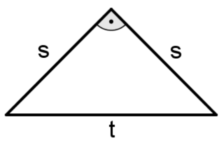
a. a = 45 cm
c = 63 cm

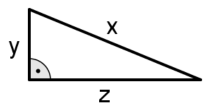
b. b = 17,8 m
c = 24,5 m

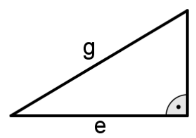
c. b = 5,8 cm
c = 8,2 cm

21. Gib in den rechtwinkeligen Dreiecken eine Formel zur Berechnung der angegebenen Seite an!









c =

t =

y =

g =