

Zentralmaße

Oft möchte man einen einzigen Wert haben, um eine Datenmenge zu beschreiben. So sagt etwa der Notendurchschnitt einer Schularbeit einiges über die Gesamtleistung der Klasse aus



arithmetisches Mittel (Mittelwert, Durchschnitt) = Summe aller Werte geteilt durch die Anzahl

Modus = der häufigste Wert

Median = der mittlere Wert (wenn die Liste der Größe nach geordnet ist)

Bei einer geraden Anzahl von Daten nimmt man den Durchschnitt der beiden mittleren Werte.

1. In einer Schule wurden 10 Kinder gefragt, wie viel Taschengeld sie im Monat bekommen:

10 15 15 15 15 20 20 25 30 30

\bar{x} = Mittelwert (mit Ansatz) =

Modus =

Median =

2. Gegeben ist eine geordnete Datenmenge. Gib Mittelwert, Modus und Median an!

	Mittelwert	Modus	Median
a. 6, 7, 8, 10, 12, 12, 20			
b. 8, 15, 15, 15, 16, 18, 20, 25			
c. 3, 3, 3, 7, 10, 12, 12, 15			
d. 8, 10, 12, 12, 15, 15, 15, 15, 21			

3. Im Jahr 2019 betrug der Median der Nettomonatsgehälter unselbständig Beschäftigter in Österreich 2105 €. (Quelle: Statistik Austria) Interpretiere, was das bedeutet!

Um den Notendurchschnitt bei Schularbeitsstatistiken zu berechnen, verwendet man meist ein vereinfachtes Verfahren, das **gewichtete arithmetische Mittel**.

arithmetisches Mittel:

$$(1 + 1 + 1 + 1 + 2 + 2 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 4 + 4 + 4 + 5 + 5) : 17 = 2,8$$

gewichtetes arithmetisches Mittel:

$$(4 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 6 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 2 \cdot 5) : 17 = 2,8$$

4. Ein Autohaus verkauft 3 verschiedene Modelle. Von Drive Solo um 14 000 € wurden in einem Monat 12 Stück verkauft, von Drive Family um 19 400 € waren es 8 Stück. Von Drive Sport um 27 200 € wurden 4 Stück verkauft. Wie hoch war der durchschnittliche Verkaufspreis eines Autos?
5. In einem Betrieb sind 25 Arbeiter/innen und 15 Angestellte beschäftigt. Das Bruttojahreseinkommen der Arbeiter/innen beträgt 19 200 €, jenes der Angestellten 32 000 €.
- a. Wie viel gibt die Firma insgesamt für Löhne aus?
- b. Wie hoch ist der durchschnittliche Jahresbruttolohn einer in dieser Firma beschäftigten Person?

Streumaße

Streumaße sind Kennzahlen dafür, wie weit die einzelnen Daten auseinander liegen.

- Die Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik (ZAMG) sammelt in Österreich Wetterwerte und erstellt Wetterprognosen.

Für 10.2.2021 um 15.00 werden die nebenstehenden Werte angegeben (Quelle: zamg.ac.at).

Minimum (kleinster Wert) =

Maximum (größter Wert) =

Spannweite = Maximum – Minimum =

- Markiere in den Datenreihen Minimum und Maximum und berechne die Spannweite!

		Spannweite
a.	35 , 53 , 23 , 35 , 11 , 27 , 19	
b.	20 , 9 , 3 , 5 , 17 , 8 , 5 , 18	
c.	15 , 23 , 31 , 13 , 21 , 40 , 34	
d.	3 , 8 , 9 , 8 , 2 , 5 , 7 , 2 , 7	

Ort 7-Tages-Rückschau (Ort anklicken)	Temp.
Wien Hohe Warte	0.3°
Wien Mariabrunn	0.7°
Eisenstadt	0.5°
St. Pölten	-0.5°
Linz	0.9°
Hörsching Flughafen	1.1°
Salzburg Freisaal	2.5°
Salzburg Flugh.	1.7°
Aigen	2.8°
Innsbruck Flugh.	4.9°
Bregenz	1.3°
Graz Universität	3.3°
Graz Flughafen	3.0°
Lienz	1.8°
Klagenfurt Flugh.	2.9°
Sonnblick	-7.5°
Feuerkogel	-2.2°
Villacher Alpe	-2.2°

Die **Standardabweichung** berücksichtigt nicht nur den kleinsten und den größten Wert, sondern sie ist ein Maß dafür, wie weit alle Werte vom arithmetischen Mittel entfernt liegen.

Zwei Schüler/innen/gruppen haben bei einer Schularbeit denselben Notenschnitt von 3,0 erreicht.

4C: 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5 $s \approx 1,03$

Bei dieser Klasse liegen die Werte sehr nah beim Mittelwert (kleine Standardabweichung).

4E: 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5 $s \approx 1,59$

Bei dieser Klasse liegen die Werte eher weit vom Mittelwert entfernt (große Standardabweichung).

WIE ?	Wie berechnet man die Standardabweichung?
Berechne das arithmetische Mittel \bar{x} der Daten!	Daten: 12, 16, 21, 27 $\bar{x} = (12 + 16 + 21 + 27) : 4 = 19$
Berechne den durchschnittlichen quadratischen Abstand der Daten von \bar{x} ! Man erhält die Varianz V.	$[(12 - 19)^2 + (16 - 19)^2 + (21 - 19)^2 + (27 - 19)^2] : 4 = [7^2 + 3^2 + 2^2 + 8^2] : 4 = [49 + 9 + 4 + 64] : 4 = 31,5$
Die Standardabweichung ist die Wurzel aus der Varianz.	$s = \sqrt{31,5} \approx 5,61$

- Berechne für die folgenden Datenreihen die Standardabweichung! Dokumentiere deine Rechnung!

- 3 , 4 , 6 , 11
- 250 , 400 , 450 , 600 , 900
- 5200 , 6300 , 6800 , 8900

Histogramme

Oft hat man so viele unterschiedliche Daten, dass man nicht jeden einzelnen Wert in einem Diagramm darstellen kann. Zur Übersichtlichkeit ordnet man die Daten in gleich breite **Klassen** ein.

Grafisch kann man diese Daten durch ein **Histogramm** darstellen: ein Säulendiagramm mit gleich breiten aneinander angrenzenden Säulen.

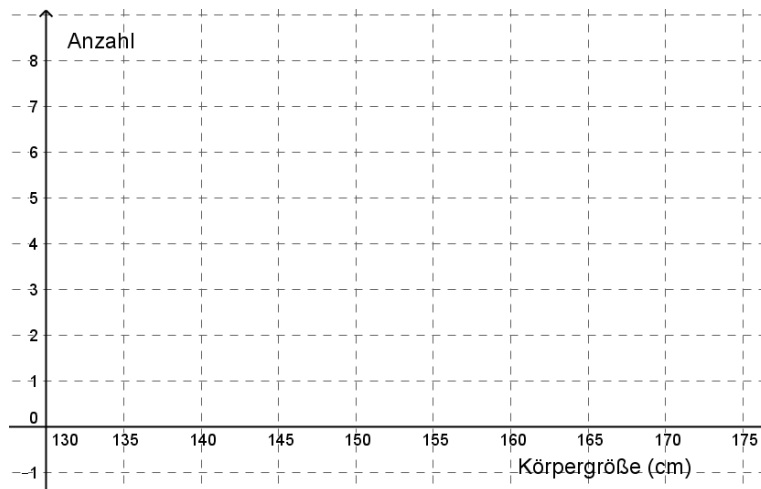
1. In einer Jugendgruppe werden die Körpergrößen der Buben und Mädchen ermittelt (in cm):

149 151 155 146 146 158 150 166 153 162
 153 141 158 162 156 156 148 168 155 143
 158 166 148 151 146

a. Ergänze die Tabelle!

Körpergröße (cm)	Daten (cm)	absolute Häufigkeit
$140 \leq x < 145$		
$145 \leq x < 150$		
$150 \leq x < 155$		
$155 \leq x < 160$		
$160 \leq x < 165$		
$165 \leq x < 170$		

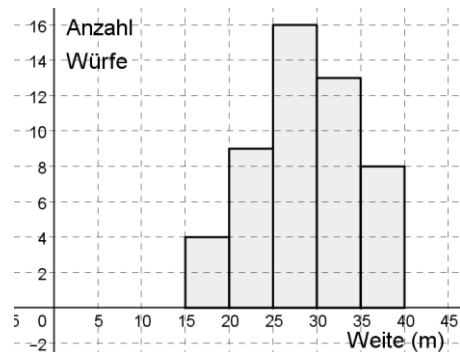
b. Zeichne das zur Klasseneinteilung passende Histogramm!



c. Das arithmetische Mittel wird bei großen Datenmengen am besten näherungsweise ermittelt. Innerhalb jeder Klasse multipliziert man die Anzahl der Daten mit dem Klassenmittel.

$$(\quad \cdot 142,5 + \quad \cdot 147,5 + \quad \cdot 152,5 + \quad \cdot 157,5 + \quad \cdot 162,5 + \quad \cdot 167,5) : 25 =$$

2. Ermittle mit Hilfe des gegebenen Histogramms einen Näherungswert für das arithmetische Mittel!



3. Bei einer Radarmessung wurden die folgenden Daten ermittelt.

(Werte in km/h. Die Daten sind schon geordnet.)

Erstelle ein Histogramm! Ermittle einen Näherungswert für das arithmetische Mittel!

31 38 39 42 45 47 48 48 48 49 50 50 50 51 58 61 67

Quartile und Boxplot

Der Median teilt eine geordnete Datenliste in zwei gleich große Hälften.

Der Median der unteren Hälfte ist das 1. Quartil q_1 , der Median der oberen Hälfte ist das 3. Quartil q_3 . Das 2. Quartil q_2 entspricht dem Median.

Die Quartile teilen die Datenliste in vier gleich große Teile, in jedem Bereich liegen also ca. 25 % der Daten. (Es können auch mehrere Daten genau an der Grenze liegen.)

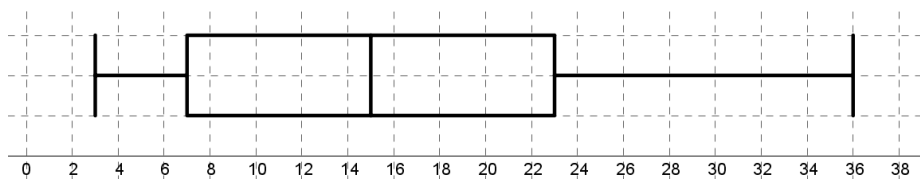
Den Abstand zwischen q_1 und q_3 nennt man **Quartilsabstand** (Halbweite).

Bsp.: Bei 19 Daten ist der 10. Wert der Median = q_2 .

Von den Werten unter dem Median sucht man nochmals die Mitte, ebenso über dem Median.

3	4	4	7	7	9	9	11	14	15	18	18	18	21	23	27	28	31	36
				q_1					q_2					q_3				

Die Quartile kann man in einem **Boxplot** (Kastenschaubild) darstellen.



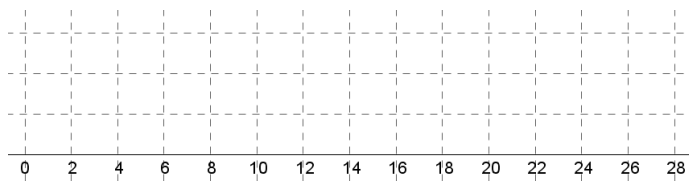
Boxplot:

- Zeichne über einem beschrifteten Zahlenstrahl!
- Minimum und Maximum bilden Anfang und Ende des Boxplots.
- Zwischen q_1 und q_3 wird der „Kasten“ gezeichnet.
- Der Median q_2 wird im Kasten gekennzeichnet.

Bsp.: Bei 20 Daten ist der Median das arithmetische Mittel des 10. und des 11. Wertes. Ebenso berechnet man q_1 und q_3 .

2	4	4	5	6	8	10	10	10	12	16	16	18	19	19	20	22	24	24	25
				$q_1 = 7$					$q_2 = 14$					$q_3 = 19,5$					

1. Zeichne einen Boxplot für die oben stehende Datenliste!



2. Gib die Quartile der gegebenen Datenreihen an!

a.

21	28	28	30	35	35	38	40	42	42	42	45	50	51
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

$q_1 =$ $q_2 =$ $q_3 =$

b.

8	8	8	8	10	14	19	19	22	25	26	30	33
---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----

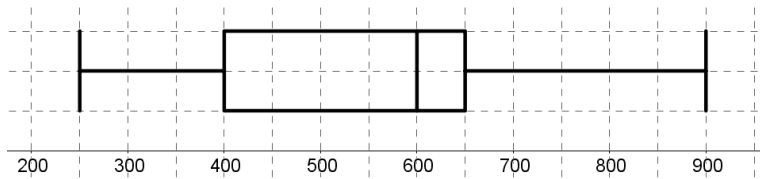
$q_1 =$ $q_2 =$ $q_3 =$

c.

5	8	8	12	14	15	15	19	19	22	24	24	25	29	30	34	41
---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

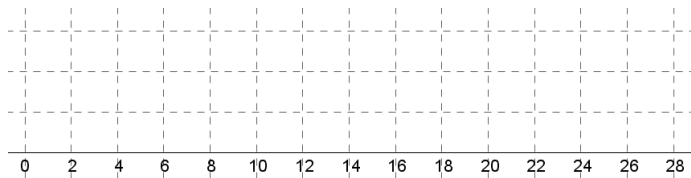
$q_1 =$ $q_2 =$ $q_3 =$

3. Lies aus dem gegebenen Boxplot die 3 Quartile ab! Berechne Spannweite und Quartilsabstand!



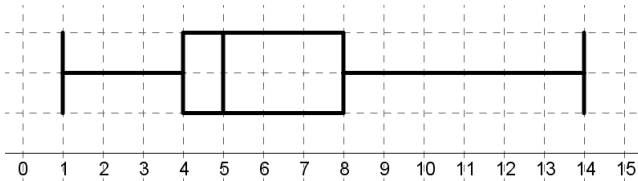
4. Zeichne einen Boxplot zu den gegebenen Daten!

5	7	10	10	13	15	16	20	23	24
---	---	----	----	----	----	----	----	----	----



5. In einer Schule wurden alle Kinder nach der Länge ihres Schulweges gefragt. Die Ergebnisse (in km) wurden in einem Boxplot dargestellt.

Kreuze an, ob die Aussagen stimmen oder nicht!



	richtig	falsch
Es wurden 14 Kinder befragt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ungefähr 50 % der Kinder haben einen Schulweg zwischen 4 km und 8 km.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ein Viertel aller Kinder hat einen Schulweg länger als 8 km.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Die Spannweite der Schulwege beträgt 14 km.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
40 % haben einen Schulweg kürzer als 4 km.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

6. Ein Kino mit mehreren Sälen hat in eine Woche 30 Filme vorgeführt. Die Besucherzahlen wurden in einem Stängel-Blatt-Diagramm dargestellt.

Gib Minimum, Maximum und die Quartile an!

1		2	7	7				
2		3	4	8	8			
3		5	5	8	9			
4		5	7					
5		2	3	5	5	7	9	
6		5	8	8				
7		2	9	9				
8		3	5	8				
9		3	8					

Key: 3|1 bedeutet 31