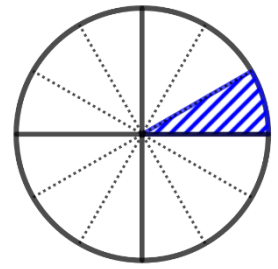


Rechnen mit Prozentsätzen

Emma isst ein Drittel vom Viertel einer Torte.

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{4 \cdot 3} = \frac{1}{12}$$

Emma isst ein Zwölftel der Torte.



Zwei Drittel aller Jugendlichen haben ein Haustier, drei Zehntel davon besitzen Hunde.

$$\frac{2}{3} : 10 \cdot 3 = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{10} = \frac{1}{5}$$

Ein Fünftel aller Jugendlichen besitzt einen Hund.

Den Bruchteil eines Bruches berechnet man, indem man die Brüche multipliziert.

1. Berechne die Bruchteile! Kürze!

$\frac{1}{3}$ von $\frac{1}{5} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{15}$	$\frac{3}{5}$ von $\frac{2}{9} = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{9} = \frac{2}{15}$
$\frac{3}{5}$ von $\frac{1}{6} = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{6} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$	$\frac{5}{7}$ von $\frac{3}{10} = \frac{5}{7} \cdot \frac{3}{10} = \frac{3}{14}$
$\frac{2}{3}$ von $\frac{3}{8} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{8} = \frac{1}{4}$	$\frac{5}{6}$ von $\frac{9}{10} = \frac{5}{6} \cdot \frac{9}{10} = \frac{3}{4}$
$\frac{9}{100}$ von $\frac{2}{3} = \frac{9}{100} \cdot \frac{2}{3} = \frac{3}{50}$	$\frac{1}{4}$ von $\frac{2}{3} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$

Wird der Prozentsatz eines Prozentsatzes berechnet, so multipliziert man die entsprechenden Dezimalzahlen.

$$5 \% \text{ von } 70 \% = 0,7 \cdot 0,05 = 0,035 \triangleq 3,5 \%$$

2. Berechne die Prozentsätze!

20 % von 45 % = $0,2 \cdot 0,45 = 0,09 = 9 \%$
30 % von 40 % = $0,3 \cdot 0,4 = 0,12 = 12 \%$
5 % von 60 % = $0,05 \cdot 0,6 = 0,030 = 3 \%$
3 % von 5 % = $0,3 \cdot 0,5 = 0,15 = 15 \%$
1 % von 2 % = $0,01 \cdot 0,02 = 0,0002 = 0,02 \%$

3. In 25 % aller Überraschungseier befindet sich eine kleine Figur, 30 % davon sind Asterix-Figuren. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass sich in einem Überraschungsei eine Asterix-Figur befindet!

$$0,25 \cdot 0,3 = 0,075 \quad \text{W. ist } 7,5 \%$$

4. Im Jahr 2025 hatten 60,5 % aller neu zugelassenen PKW alternative Antriebe. Davon waren 35 % reine Elektro-Autos. Berechne, wie viel Prozent aller Neuzulassungen E-Autos waren!

$$0,605 \cdot 0,35 = 0,21175 \quad \text{rund } 21 \% \text{ waren reine E-Autos}$$

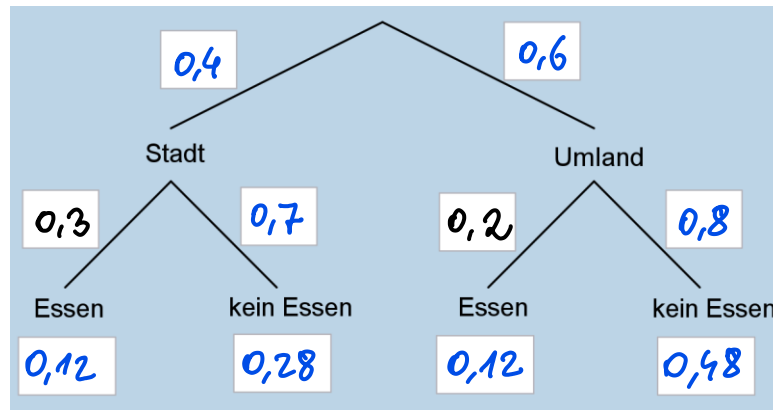
Baumdiagramme und relative Anteile

Verschiedene Kombinationsmöglichkeiten können in einem **Baumdiagramm** dargestellt werden. Je nachdem, aus wie vielen Bereichen ausgewählt wird, spricht man von einem **zwei-, drei- oder mehrstufigen Baumdiagramm**.

1. Mittagessen

Die Mittelschule einer Kleinstadt bietet die Möglichkeit zum Mittagessen an. 60 % der Schüler:innen kommen nicht aus der Stadt, sondern aus den umliegenden Dörfern.

In einem Baumdiagramm wird dargestellt, wer das Angebot zum Mittagessen wahrnimmt.



- a. Ergänze die fehlenden Prozentsätze entlang der Pfade!

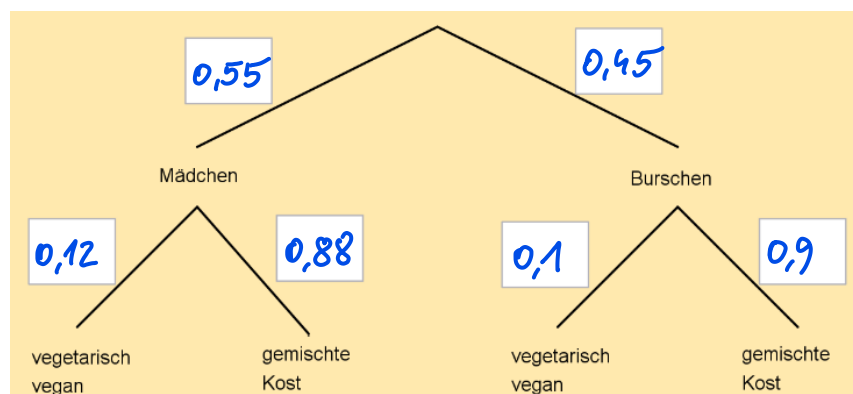
Multipliziert man die relativen Anteile entlang eines **Pfades**, ergibt sich der relative Anteil der jeweiligen Kombinationsmöglichkeit bezogen auf die Gesamtheit.

- b. Kontrolliere, ob die Werte in der untersten Zeile in Summe 1 ergeben! $0,12 + 0,28 + 0,12 + 0,48 = 1 \checkmark$
- c. Berechne, wie viel Prozent aller Schüler:innen das Schulessen in Anspruch nehmen!
 $0,12 + 0,12 = 0,24$ 24 %

2. Feriencamp (siehe GeoGebra-Book Aufgabe 2)

An einem Feriencamp nehmen 125 Kinder teil, 55 % davon sind Mädchen. 12 % der Mädchen ernähren sich vegetarisch oder vegan, bei den Burschen sind es 10 %.

- a. Ergänze die relativen Häufigkeiten im Baumdiagramm! (Dezimalschreibweise)



- b. Berechne, wie viele Mädchen sich vegetarisch oder vegan ernähren! (runden!)
- $125 \cdot 0,55 \cdot 0,12 = 8,25$ 8 Mädchen

Wird eine Person aus dieser Gruppe zufällig ausgewählt, ist die relative Häufigkeit ein **Maß für die Wahrscheinlichkeit** für das zugehörige Ereignis.

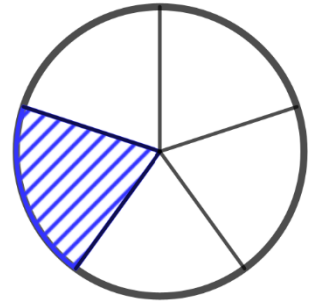
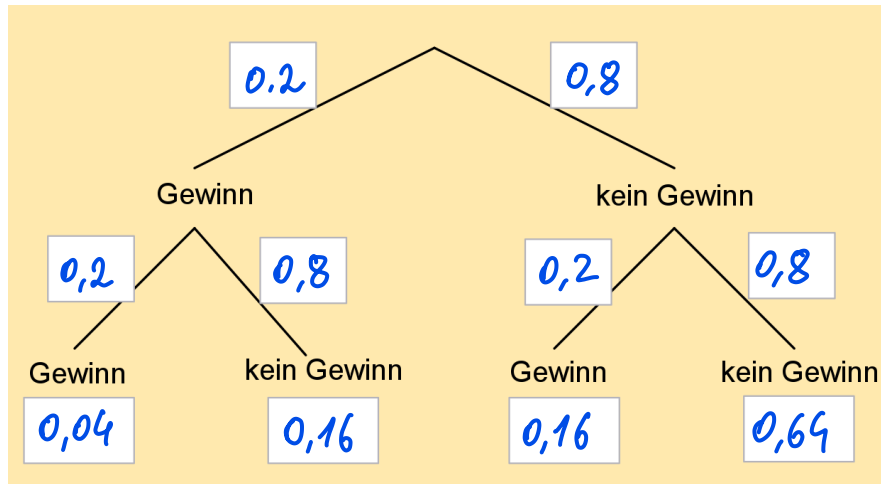
- c. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, das eine zufällig ausgewählte Person (Mädchen oder Bursch) sich vegetarisch oder vegan ernährt? $0,55 \cdot 0,12 + 0,45 \cdot 0,1 = 0,111$ 11,1 %

Mehrstufige Zufallsversuche

Ein Glücksrad ist in 5 gleich große Sektoren unterteilt, der markierte Sektor gewinnt.

Bei jeder Drehung beträgt die Gewinnwahrscheinlichkeit $\frac{1}{5} = 0,2 = 20\%$

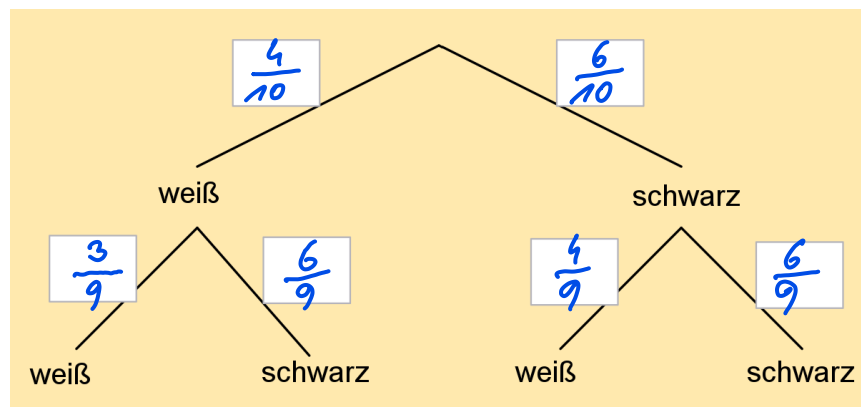
1. Im abgebildeten Baumdiagramm wird die Situation bei 2 Drehungen dargestellt.
 - a. Beschrifte die Äste des Baumdiagramms mit den Wahrscheinlichkeiten!
 - b. Trage unter dem Diagramm die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis entlang des Astes ein!



Ein typisches Zufallsexperiment ist eine Ziehung aus einer Urne, in der sich gleich große und gleich schwere Kugeln, die sich nur durch die Farbe unterscheiden, befinden.

- Bei **Ziehungen mit Zurücklegen** wird die gezogene Kugel wieder unter die anderen gemischt. Die Wahrscheinlichkeiten bleiben bei der zweiten Ziehung gleich.
 - Bei **Ziehungen ohne Zurücklegen** ist beim zweiten Durchgang eine Kugel weniger in der Urne. Die Wahrscheinlichkeiten ändern sich.
2. In einer Urne befinden sich 10 Kugeln, 4 davon weiß und 6 schwarz. Im Baumdiagramm sind zwei Ziehungen ohne Zurücklegen dargestellt.

- a. Ergänze die Wahrscheinlichkeiten entlang der Äste! *(Bruchschreibweise!)*



- b. Berechne mit Hilfe des Baumdiagramms die Wahrscheinlichkeiten:

$$P(\text{zwei weiße Kugeln}) = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} = 0,1\bar{3} \approx 13,3\%$$

$$P(\text{zuerst eine schwarze Kugel, dann eine weiße}) = \frac{6}{10} \cdot \frac{4}{9} = 0,2\bar{6} \approx 26,7\%$$

$$P(\text{eine schwarze und eine weiße Kugel}) = \frac{6}{10} \cdot \frac{4}{9} + \frac{4}{10} \cdot \frac{6}{9} = 0,5\bar{3} \approx 53,3\%$$



3. In eine Klasse gehen 11 Mädchen und 14 Burschen.
Es werden zwei Schüler:innen für eine Wiederholung ausgelost.

= 25 Schüler:innen

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass 2 Mädchen ausgelost werden?

$$\frac{11}{25} \cdot \frac{10}{24} = 0,18\bar{3} \approx 18,3\%$$

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Mädchen und ein Bub ausgelost werden?

$$\frac{11}{25} \cdot \frac{14}{24} + \frac{14}{25} \cdot \frac{11}{24} = 0,51\bar{3} \approx 51,3\%$$

♀ ♂ ♂ ♀

4. **Würfeln**

Die Wahrscheinlichkeit, einen Sechser zu würfeln beträgt $\frac{1}{6} \approx 0,17$
Bei dieser Aufgabe ist es günstig, mit Bruchzahlen zu arbeiten.

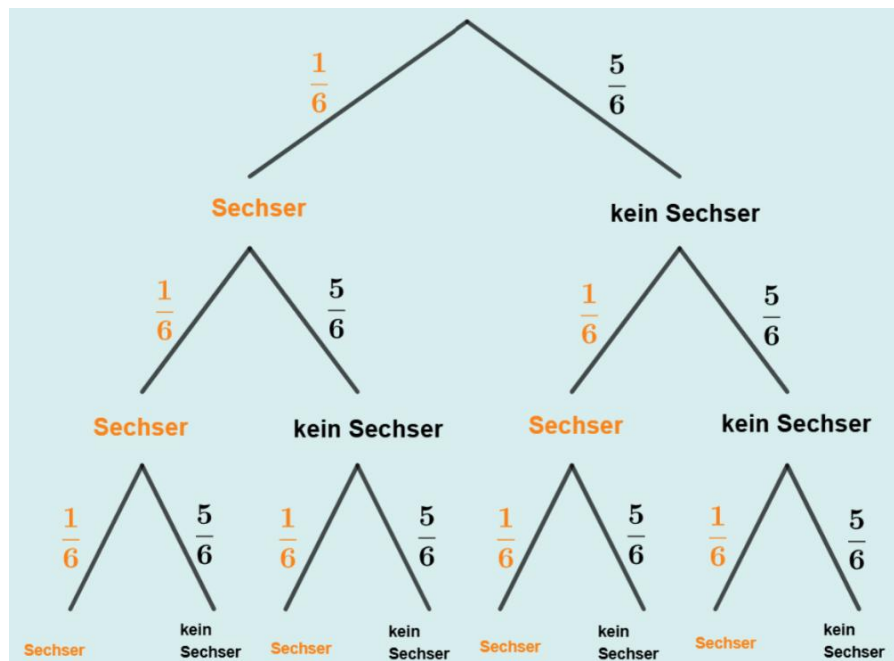


- a. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, zwei Sechser hintereinander zu würfeln?

Beachte: Die Wahrscheinlichkeit beträgt $\frac{1}{6}$ von $\frac{1}{6}$, also ...

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36} = 0,02\bar{7} \approx 2,8\%$$

Im folgenden Baumdiagramm ist ein 3-maliges Würfeln dargestellt, wobei die Anzahl der Sechser betrachtet wird.



Löse die folgenden Aufgaben mit Hilfe des Diagramms und beachte:

Produktregel: Die Wahrscheinlichkeiten entlang eines Pfades werden multipliziert.

- b. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, 3 Sechser hintereinander zu würfeln?

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = 0,0046... \approx 0,5\%$$

- c. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, zuerst einen Sechser zu würfeln und dann zweimal keinen?

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = 0,1157... \approx 11,6\%$$

- d. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei drei Würfeln genau einen Sechser zu würfeln?
(Reihenfolge egal) Achtung: Dafür gibt es 3 Möglichkeiten!

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = 3 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = 0,3472 \approx 34,7\%$$